

Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da
Madeira - Fase 2

Nota técnica D4

Utilização de ferramentas de simulação matemática
para a análise de risco de aluviões

Dezembro de 2017



Nota técnica D4

Utilização de ferramentas de simulação matemática para a análise de risco de aluviões

Ficha do documento	
Projecto	Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da Madeira - Fase 2
Coordenação	António Betâmio da Almeida (IST), Rodrigo Proença de Oliveira (IST), Paulo França (UMa)
Cliente	Governo Regional da Madeira / Direcção-Regional de Infra-estruturas e equipamentos
Documento	Nota técnica D4: Utilização de ferramentas de simulação matemática para a análise de risco de aluviões
Autores	Rui Ferreira
Data	Dezembro de 2017
Versão	Versão para divulgação pública



Índice de texto

Índice de texto	iii
Índice de quadros	iv
Índice de figuras	iv
1 Enquadramento.....	5
2 Objectivos	6
3 Modelo STAV2D	7
3.1 <i>Modelo conceptual e reologia das aluviões.....</i>	<i>7</i>
3.2 <i>Equações de conservação integradas na coluna de água.....</i>	<i>14</i>
3.3 <i>Equações de fecho.....</i>	<i>19</i>
3.4 <i>Discretização e métodos de solução numérica</i>	<i>24</i>
3.5 <i>Validação do modelo STAV2D.....</i>	<i>27</i>
4 Verificação de soluções estruturais – Obras de Regularização Fluvial.....	35
4.1 <i>Verificação das obras de regularização na Ribeira Brava.....</i>	<i>35</i>
4.2 <i>Verificação das obras de regularização na Ribeira da Tabua.....</i>	<i>44</i>
5 Metodologia para avaliação da severidade de aluviões nas bacias hidrográficas do Funchal e Machico.....	47
5.1 <i>Introdução.....</i>	<i>47</i>
5.2 <i>Simulações nas Ribeiras do Funchal.....</i>	<i>48</i>
5.3 <i>Simulações na Ribeira do Machico.....</i>	<i>63</i>
6 Síntese e conclusões.....	69
7 Referências.....	71

Índice de quadros

Quadro 1 – Volumes de material sólido acumulados nas bacias hidrográficas das ribeiras afluentes ao Funchal, incluindo na baixa do Funchal.....	34
Quadro 2 - Caudais de ponta de cheia, ribeiras do Funchal	51
Quadro 3 – Comparação de caudais de ponta de cheia, ribeiras do Funchal.....	55
Quadro 4 – Principais diferenças quanto às metodologias de cálculo do estudo Municipia (2016) e do presente estudo, Cenário 2.	58
Quadro 5 – Comparação de caudais de ponta de cheia, ribeiras do Funchal.....	70

Índice de figuras

Quadro 1 – Volumes de material sólido acumulados nas bacias hidrográficas das ribeiras afluentes ao Funchal, incluindo na baixa do Funchal.....	34
Quadro 2 - Caudais de ponta de cheia, ribeiras do Funchal	51
Quadro 3 – Comparação de caudais de ponta de cheia, ribeiras do Funchal.....	55
Quadro 4 – Principais diferenças quanto às metodologias de cálculo do estudo Municipia (2016) e do presente estudo, Cenário 2.	58
Quadro 5 – Comparação de caudais de ponta de cheia, ribeiras do Funchal.....	70

Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da Madeira - Fase 2

1 Enquadramento

Este documento foi produzido no âmbito da 2ª fase do Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da Madeira (EARAM2), um projeto desenvolvido para o Governo Regional da Madeira por um consórcio constituído pelo Instituto Superior Técnico (IST), pela Associação para o Desenvolvimento do IST (ADIST) e pela Universidade da Madeira (UMa).

O EARAM2 vem na sequência da 1ª fase do Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da Madeira, lançado pela Secretaria Regional do Equipamento Social da Região Autónoma da Madeira (SRES) após o acontecimento hidrológico ocorrido em 20 de fevereiro de 2010. Os trabalhos da referida 1ª Fase decorreram entre 1 de maio e 31 de dezembro de 2010 e tiveram os seguintes objetivos gerais:

- Caracterização fenomenológica do evento de 20 de fevereiro;
- Avaliação dos riscos associados às aluviões na Ilha da Madeira;
- Estabelecimento de princípios gerais de orientação das intervenções de prevenção e proteção.

O âmbito geográfico desta 1ª fase compreendeu a área abrangida pelas bacias hidrográficas mais afetadas pelo evento de 20 de fevereiro de 2010: as bacias das ribeiras de João Gomes, Santa Luzia e São João, do Concelho do Funchal, e as bacias das ribeiras da Ribeira Brava e Tabua, do Concelho da Ribeira Brava.

A descrição dos estudos efetuados, as principais conclusões obtidas e os princípios orientadores propostos foram apresentados no Relatório Final (dezembro de 2010), no Relatório-Síntese (novembro de 2010) e no relatório com os Princípios Orientadores (agosto de 2010).

O EARAM2 complementa os trabalhos da 1ª fase do projeto e tem os seguintes objetivos estratégicos:

- Aprofundar o conhecimento sobre o fenómeno das aluviões, melhorar da metodologia para avaliação do risco e contribuir para a implementação da Diretiva da EU sobre cheias e inundações (Diretiva 2007/60/CE) à Região Autónoma da Madeira;
- Estender a avaliação do risco a toda a ilha da Madeira;
- Conceber o sistema de previsão e aviso de aluviões;
- Avaliar os condicionalismos sociais na prevenção do risco de aluviões
- Desenvolver ações de divulgação pública e de formação sobre este tipo de risco.

Este documento é um dos produtos intermédios do EARAM2 e tem por principal objetivo a partilha de informação entre os elementos da equipa IST/UMa e dos vários organismos da administração regional que acompanham o projeto. Pode ser objeto de revisão e atualização frequente e deve, por isso, ser lido como documento de trabalho. A versão final do documento será integrada no relatório final do projeto.

2 Objectivos

As aluviões são escoamentos bifásicos, de água e de material granular sólido de diferentes diâmetros, com elevadas concentrações de material sólido e com elevado potencial geomórfico, *i.e.* com elevada capacidade de alterar, em períodos curtos, a morfologia dos vales em que se propaga. Na ilha da Madeira, as aluviões constituem um fenómeno natural, associado a um risco potencial significativo e permanente para os respetivos habitantes.

As medidas de mitigação do impacte de aluviões raramente compreendem a eliminação do fenómeno, procurando, mais frequentemente, reduzir a exposição ou a vulnerabilidade. Para planear as medidas de mitigação há que definir a aluvião de projeto e, para essa aluvião, há que quantificar a severidade da ação, aqui entendida como combinação de exposição e vulnerabilidade. A simulação matemática da propagação de aluviões é, neste contexto, uma ferramenta fundamental para o mapeamento da exposição e para a quantificação da severidade.

Definidos os objetivos das medidas de mitigação, o que frequentemente significa definir os locais onde é necessário reduzir exposição ou vulnerabilidade, as ferramentas de modelação matemática devem ser utilizadas no apoio a eventuais projetos de intervenções nas ribeiras ou nas cabeceiras das bacias hidrográficas. Este apoio pode tomar a forma de análise da adequação das soluções projetadas aos objetivos de proteção e (ou) previsão do comportamento da solução adotada.

O estado atual dos conhecimentos é incompleto quanto à caracterização da reologia das aluviões e quanto ao seu comportamento dinâmico. Sabe-se que a reologia das aluviões, da qual depende a respetiva perda de quantidade de movimento ou, equivalentemente, a perda de carga unitária, é determinada pelas características geométricas e mecânicas das partículas do material granular sólido, pelos parâmetros que descrevem o fluido, pela concentração de material sólido e proporção de cada fração granulométrica e por fatores externos como o declive do leito e o campo gravítico. Todavia não existem formulações universais que reúnam consenso da comunidade científica. É, assim, necessário que as ferramentas de modelação matemática sejam calibradas para as condições particulares de geometria, granulometria e hidrologia das bacias em que vão ser aplicadas.

No âmbito do projeto de investigação CENOR, Norvia (2015) o modelo hidrodinâmico e morfológico bidimensional (em planta) STAV2D (*Strong Transients in Alluvial Valleys*, desenvolvido pelo CERIS-IST) foi calibrado e validado para ser aplicado nas vertentes sul e leste da ilha da Madeira. Recorrendo a este modelo pretende-se, neste capítulo, descrever a

metodologia de uso de ferramentas de simulação matemática para apoiar os estudos de intervenção nas ribeiras da Madeira.

Para avaliar a severidade de uma aluvião numa bacia hidrográfica genérica há que: i) definir o período de retorno da precipitação que desencadeia a aluvião; ii) determinar os hietogramas iii) quantificar a magnitude e a distribuição espacial das instabilizações de encosta, iv) simular de forma combinada a propagação de água e de material sólido, compreendendo a eventual interação do escoamento com o leito móvel das ribeiras e v) definir as zonas de elevada severidade, com base em critérios previamente definidos. Esta metodologia é aplicada às ribeiras do Funchal (São João, Santa Luzia e João Gomes) e para a ribeira do Machico, para uma precipitação cujo período de retorno é 100 anos (secção 5). Contrastam-se os resultados obtidos com esta metodologia com os obtidos por simulações simplificadas em que não se considera explicitamente o transporte de sedimentos e discutem-se as fragilidades das soluções propostas com base em abordagens simplificadas.

Para a ribeira Brava e para a ribeira da Tabua, a ferramenta de simulação matemática é utilizada para verificar as soluções de intervenção nas ribeiras. Analisa-se a propagação da mistura de água e sedimentos e quantifica-se, em particular, as alturas do escoamento verificando-se se são e, em caso afirmativo, onde são superiores à altura dos muros de protecção. Tendo esta sido determinada com base em critérios de dimensionamento correntes, comenta-se a eventual necessidade de reavaliar esses critérios (secção 4).

Para facilitar a compreensão dos argumentos quanto às diferenças entre simulações de escoamentos de água limpa e de escoamentos de misturas de água e sedimentos, inclui-se uma descrição da ferramenta de modelação matemática STAV2D (secção 3). Nesta, descrevem-se as principais características físicas das aluviões e mostra-se o processo de validação com base nos elementos recolhidos na sequência do evento de 20 de fevereiro de 2010.

3 Modelo STAV2D

3.1 Modelo conceptual e reologia das aluviões

Várias definições têm sido propostas por diferentes autores no último século para a definição deste fenómeno designado correntes de detritos ou aluviões (*debris flow* na literatura de língua inglesa, esquema na Figura 1). Existem várias definições mais qualitativas, como a proposta por Takahashi (2007), que aborda os *debris flows* como escoamentos de uma mistura de água e sedimentos que se comportam como um fluido continuo conduzido pela gravidade, e que apresenta uma grande mobilidade, derivada da presença da água ou de lamas nos espaços intersticiais da mistura. Esta mobilidade é traduzida, segundo o autor, num coeficiente de fricção muito reduzido – menos de 0.2 – quando comparado com deslizamentos de terras de grandes dimensões – cujo coeficiente varia de 0.3 a 0.6 – factor que permite este tipo de escoamentos de alcançar grandes distâncias, mesmo em declives menos acentuados ou áreas planas.

Outros autores apresentam descrições mais quantitativas do fenómeno, como a publicada por Vallance e Scott (1997), que descreve os *debris flows* como escoamentos de uma massa semi-coesa, resultante da mistura de materiais geológicos erodidos e/ou soltos com água, e que apresentam uma concentração de sedimentos superior a 60% do volume total ou 80% do peso total (Vallance e Scott, 1997, cit. in Kuriakose *et al.*, 2006). Assim, um *debris flow* pode ser encarado como um deslizamento de terras de dimensões significativas, mas com mais elevadas concentrações de água ou lama, que lubrificam os sedimentos granulares reduzindo a fricção global entre partículas, ou como um escoamento líquido com uma elevada concentração de sedimentos – cujas partículas maiores podem facilmente ter um diâmetro que ronde o metro ou mais.

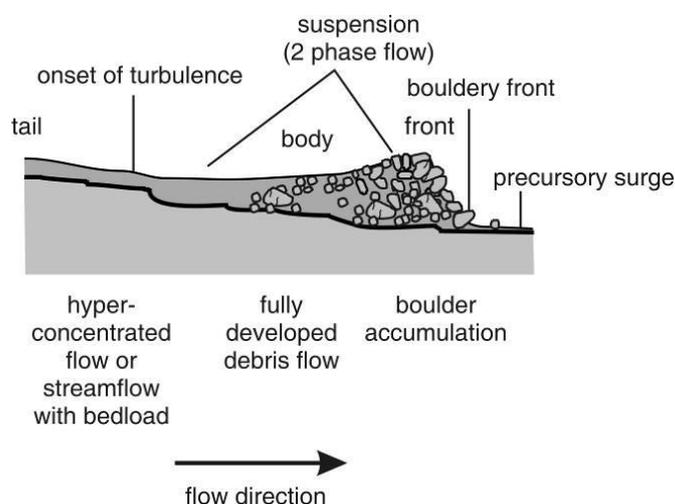


Figura 1 – Esquema de um *debris flow*. Retirado de Pierson, 1986

O processo de formação de *debris flows* envolve o aumento significativo de partículas sólidas num escoamento líquido, seja este causado pela erosão de encostas por parte do escoamento superficial originado por chuvadas intensas e condições saturadas do solo, ou por rotura de cunhas de terreno ou colapso das margens num curso de água. O *debris flow* tem a característica de erodir o leito quando a sua capacidade de transporte não é preenchida pelos sedimentos que nele se encontram, e deposita-os quando essa concentração ultrapassa a sua capacidade de transporte

A reologia do *debris flow* pode ser classificada em função das tensões que desenvolvem no seu seio. Estas são essencialmente determinadas pelas características geométricas e mecânicas das partículas que conformam o material granular sólido, pelos parâmetros que descrevem o fluido, pela concentração de material sólido e proporção de cada fracção granulométrica e por factores externos como o declive do leito e o campo gravítico. A decisão quanto ao tipo de reologia acarreta uma quantificação da importância relativa dos tipos de tensões totais, $T_{xz}^{(total)}$, na mistura de fluido e material granular. Em geral,

$$\begin{aligned}
 T_{xz}^{(total)} = & T_0 + \underbrace{P_{zz}^{(g)} \tan(\varphi_b)}_A + \underbrace{v \rho^{(g)} F(v, d_s, g, \dots) \frac{d\langle u_x^{(g)} \rangle}{dz}}_B + \underbrace{v \rho^{(g)} f(v) d_s \Theta^{1/2} \frac{d\langle u_x^{(g)} \rangle}{dz}}_C \\
 & + \underbrace{\mu^{(w)} \frac{d\langle u_x \rangle}{dz}}_D - \underbrace{\rho^{(w)} (\kappa z)^2 f(v) \left| \frac{d\langle u_x \rangle}{dz} \right| \frac{d\langle u_x \rangle}{dz}}_E
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

em que $\langle u_x \rangle$ é a velocidade longitudinal média (média espacial ou temporal em escalas grandes comparadas com a dimensão das partículas e, simultaneamente, pequenas comparadas com a dimensão do escoamento), $\left| \frac{d\langle u_x \rangle}{dz} \right|$ é a taxa de deformação do escoamento, Θ é a temperatura granular (a energia cinética por unidade de massa associada às flutuações da velocidade das partículas), T_0 é a tensão de cedência, $P_{zz}^{(g)}$ é a tensão normal vertical na fase sólida, $\tan(\varphi_b)$ é o ângulo de atrito dinâmico (razão entre tensões de corte e normais para uma dada taxa de deformação), v é a concentração de material sólido, $\rho^{(g)}$ e $\rho^{(w)}$ são as massas volúmicas do material granular e do fluido, respetivamente, $\mu^{(w)}$ é a viscosidade do fluido, κ é a constante de von Kármán, g é a aceleração da gravidade, e x e z são as coordenadas cartesianas horizontal e vertical, respetivamente.

A componente A expressa tensões do tipo friccional (tensões de Coulomb), independentes da taxa de deformação do escoamento. A componente B diz respeito a tensões granulares do tipo macro-viscoso, com uma viscosidade aparente dependente da concentração de material sólido, da granulometria do material e do campo gravítico, entre outras. As tensões granulares do tipo C são dedignadas colisionais, e originadas pela transferência de quantidade de movimento entre grãos em movimento. As tensões do tipo D são determinadas pela viscosidade do fluido e geralmente desprezáveis, se o fluido for água limpa. As tensões do tipo E são turbulentas, fazendo uso de uma generalização do modelo de Prandtl para a viscosidade turbulenta.

Os escoamentos geomórficos em geral, incluindo o caso particular do *debris flow*, podem ser categorizados com base no tipo de tensões predominantes. Assim, as aluviões com reologia do tipo Bingham caracterizam-se por exibirem uma tensão de cedência e predominância de tensões viscosas e macro-viscosas (D e B, respetivamente). Aluviões com reologia dilatante poderão ser do tipo inercial-colisional (predominância de tensões do tipo B, com $\Theta^{1/2} \propto d_s \frac{d\langle u_x^{(g)} \rangle}{dz}$), do tipo inercial-turbulento (predominância de tensões do tipo E, turbulentas) ou do tipo quasi-estático (predominância de tensões de Coulomb, tipo A). Takahashi (2007) apresenta um esquema da classificação de *debris flows*, segundo as tensões dominantes que configuram a sua reologia (reproduzido na Figura 2).

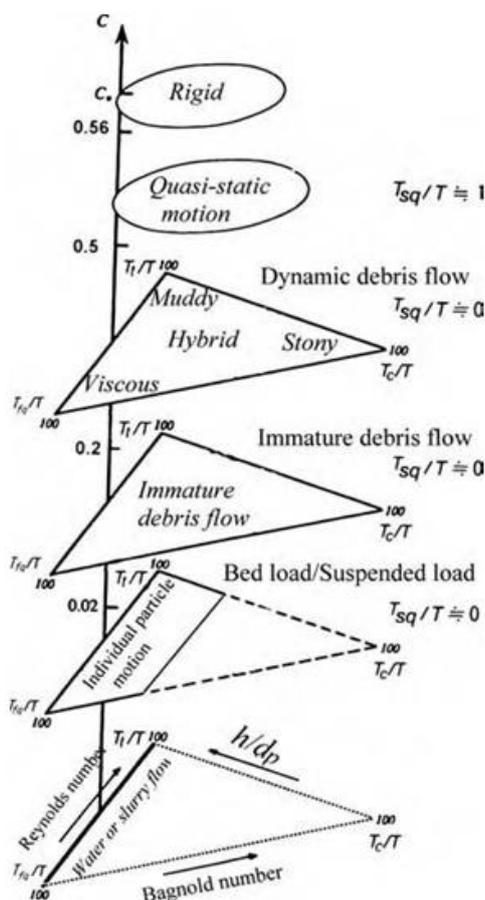


Figura 2 – Critério de existência de vários escoamentos de uma mistura de sólidos e fluidos. Retirado de Takahashi, 2007.

Os vários planos triangulares, ordenados em função da sua concentração, designam a importância que cada tipo de tensões no mecanismo dinâmico do *debris flow*, sendo que a cada vértice está associada um tipo de tensão e, junto destes, essa é a tensão dominante. Os lados dos triângulos representam, como indicado no esquema, o número de Reynolds, o número de Bagnold, e a profundidade relativa (h/d_p). Na classificação de um *debris flow* dinâmico, quando o número de Bagnold é elevado e a profundidade relativa é pequena, estamos na presença de um *stony debris flow* e predominam as tensões de colisão das partículas, T_c . Se ambos os números de Reynolds e Bagnold forem baixos, o *debris flow* é do tipo viscoso e predominam do escoamento as tensões viscosas, T_{fq} . Por outro lado se o número de Reynolds e a profundidade relativa forem elevados, então o *debris flow* é do tipo escoamento de lamas, mais conhecido por *muddy debris flow*, ou simplesmente, *mudflow*, e predominam neste as tensões do tipo turbulento T_t . É ainda de referir que quando as tensões viscosas são praticamente nulas, os escoamentos são apelidados geralmente de *debris flows* inerciais; por outro lado se para estas concentrações as tensões colisionais forem desprezáveis, então o *debris flow* é geralmente designado por hiperconcentrado.

A crescente concentração de sólidos condiciona os mecanismos dinâmicos dos *debris flows*. Para concentrações sólidas no escoamento inferiores a 0.02 e não existirem partículas mais grosseiras o escoamento é essencialmente de água ou lama, sendo o número de Reynolds o parâmetro dominante. Para concentrações mais elevadas, mas ainda inferiores à fronteira 0.2, o escoamento torna-se num *debris flow* imaturo, onde começam a dominar as tensões colisionais, mas apenas na parte mais abaixo da camada de mistura de partículas sólidas e água ou lama. Quando a concentração média de partículas se encontra entre os valores 0.2 e 0.5, o escoamento torna-se num *debris flow* dinâmico, sendo que as tensões dominantes são a tensão do tipo turbulento, tensões viscosas e tensões colisionais. Apenas para concentrações superiores, $C > 0.5$, se começam a registar tensões de Coulomb ou quasi-estáticas, T_{sq} .

Gregoretto (2000 cit. in Lien, 2003) define um *stony debris flow* como uma mistura natural altamente concentrada de água e sedimentos, que se forma sempre que se verifica uma disponibilidade simultânea de água, sedimentos e um declive adequado (superior a 10°). Takahashi (2007) continua, dizendo que este contém geralmente partículas de grandes dimensões, acumuladas na frente do escoamento, onde a quantidade de água é pequena. Um *muddy debris flow*, embora possa transportar grandes pedras, é composto maioritariamente por cinzas e/ou partículas de tamanhos da mesma ordem grandeza, muito finas, e apresentam um tipo de escoamento caracterizável pela lei de Manning. A característica mais relevante dos *debris flows* viscosos, um escoamento de regime laminar, é a sua intermitência. Dezenas a centenas de pulsos podem-se desenvolver no mesmo evento de *debris flow*, separados de intervalos de umas dezenas de segundos, ou poucos minutos (exemplo na Figura 3). Cada pulso, ou vaga enrola e rebenta como ondas na costa marítima. Um *debris flow* quasi-estático, comporta-se quase como um corpo rígido, mas a lubrificação causada pela água reduz em muito, como mencionado, o seu coeficiente de fricção, e é dominando mecanicamente pelas tensões de fricção de Coulomb.

O modelo conceptual no qual se baseiam o modelo de simulação STAV2D foi desenvolvido para o caso geral de escoamentos geomórficos estratificados. A fase granular na camada de transporte é composta por grãos de sedimentos, quasi-elásticos, ligeiramente rugosos e aproximadamente esféricos, resultantes da erosão do fundo, da erosão de margens, da erosão das encostas ou de eventos de instabilização das encostas. O fluido é viscoso e incompressível. A reologia da camada de transporte é caracterizada por uma preponderância de tensões do tipo colisional e turbulenta. O modelo conceptual assim desenvolvido é também aplicável a escoamentos do tipo *debris-flow* e *mud-flow* (escoamento de lamas), isto é, a escoamentos de densas misturas de material granular e água, desde que se especifique que a camada de transporte ocupa a quase totalidade da profundidade do escoamento.

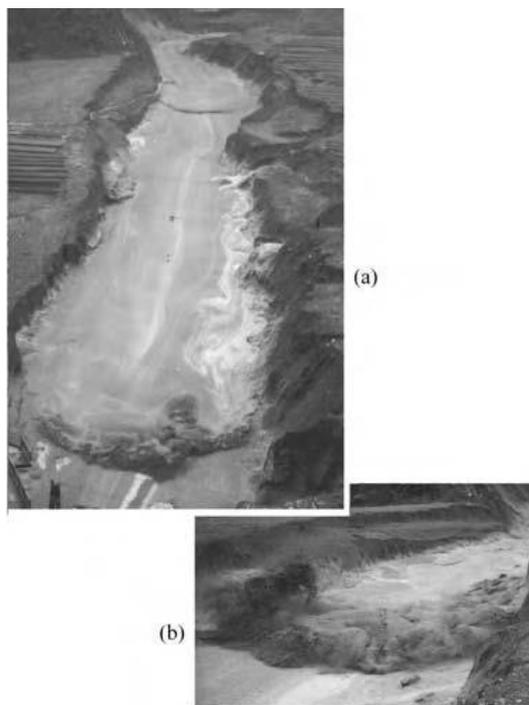


Figura 3– Vista aérea de um *debris flow* do tipo viscoso no ribeiro Jiangjia, China. a) vista aérea de dois pulsos de *debris flow*; b) frente do *debris flow*. Retirado de Takahashi, 2007.

No caso geral dos escoamentos estratificados, a estrutura do escoamento pode ser visualizada na Figura 4. Podem identificar-se três camadas principais: A) *camada de água limpa ou de sedimentos suspensos* - caracterizada por uma baixa concentração média de sedimentos ou por água limpa onde as tensões turbulentas são dominantes; B) *camada de transporte* - onde a concentração média de sedimentos decresce com a distância ao fundo e onde as tensões são originadas maioritariamente de origem colisional; e C) *o leito* - composto por grãos com movimento horizontal desprezável.

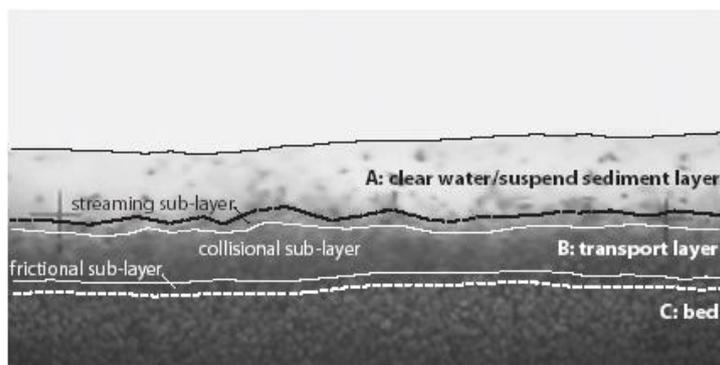


Figura 4 - Detalhe de um escoamento geomórfico estratificado. Identificação das camadas de escoamento mais relevantes.

Na camada B é expectável que as tensões colisionais entre os grãos sejam dominantes, à exceção de uma fina camada junto ao fundo onde as tensões friccionais serão mais relevantes. Assumindo que as tensões de origem granular são dominantes pode simplificar-se as expressões da viscosidade granular e da condutividade granular (detalhes em Ferreira, 2005, pp. 231-250).

Na camada A, o escoamento é descrito pelas equações RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes).

Para a camada B, o escoamento é descrito pelas equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia associada às flutuações das partículas, deduzidas no contexto da teoria de Chapman-Enskog para os gases densos (Chapman & Cowling, 1970). Entre outros, esta teoria tem sido aplicada a escoamentos granulares por Jenkins & Richman (1988) ou Armanini et al. (2005), entre outros. No caso de partículas regulares, aproximadamente esféricas e apenas ligeiramente inelásticas, a teoria cinética requer apenas pequenas modificações na dedução das leis de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia associada às flutuações das partículas e na derivação das equações constitutivas, as quais incorporarão o grau de agitação das partículas, os coeficientes de condutividade e de viscosidade e a taxa de dissipação de energia associada à flutuação das partículas.

Nesta camada, as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e de energia associada às flutuações de velocidade da fase granular escrevem-se, respetivamente

$$-\rho^{(g)} D_t \nu + \nu \rho^{(g)} u_{i,i}^{(g)} = 0 \quad , \quad (1.2)$$

$$\rho^{(g)} \nu D_t (u_j^{(g)}) = T_{ji,i}^{(g)} + \nu \rho^{(g)} g_j - f_j^{(gw)} = 0 \quad , \quad (1.3)$$

$$\frac{3}{2} \rho^{(g)} \nu D_t \Theta = -\Phi_{i,i} + T_{ij}^{(g)} u_{j,i}^{(g)} - \gamma^{(gw)} = 0 \quad , \quad (1.4)$$

onde $\rho^{(g)}$ é a massa volúmica dos grãos, ν é a fração sólida (concentração num ponto específico do escoamento), $u_i^{(g)}$ é o campo de velocidades da fase granular, $T_{ij}^{(g)}$ é o tensor de tensões granulares, $f_j^{(gw)}$ é a força por unidade de volume que expressa a interação (essencialmente de natureza viscosa) entre as fases fluida e granular do escoamento, Θ é a temperatura granular, Φ_i é o fluxo da energia associada à flutuação da velocidade das partículas e $\gamma^{(gw)}$ é a taxa de dissipação de energia associada às flutuações devido a colisões inelásticas e a efeitos viscosos (detalhes em Ferreira 2005, pp. 247-249). Nas equações (1.2) a (1.4) o operador $D_t(\cdot)$ corresponde à derivada material para a qual o operador convectivo é relativo à média, a notação de Einstein é usada para as derivadas espaciais e o operador $\langle \cdot \rangle$ significa média espacial (assume-se o ergodicidade). A equação (1.4) revela que, ao contrário dos sistemas termodinâmicos, um sistema granular consegue manter um estado de agitação uniforme, caracterizado por uma determinada temperatura granular, se e apenas se, a taxa de produção igualar o fluxo difusivo e a dissipação, ou seja, se $T_{ij}^{(g)} u_{j,i}^{(g)} = \Phi_{i,i} + \gamma^{(gw)}$.

As equações de conservação para a fase fluida podem ser deduzidas por intermédio de uma análise de volume de controlo considerando a hipótese de continuidade.

$$-\rho^{(w)} D_t v + (1-v) \rho^{(w)} u_{i,i}^{(w)} = 0 \quad (1.5)$$

$$\rho^{(w)} (1-v) D_t \left(u_j^{(w)} \right) = -P_j^{(w)} + T_{ji,i}^{(w)} + (1-v) \rho^{(w)} g_j + f_j^{(gw)} = 0 \quad (1.6)$$

onde $\rho^{(w)}$ é a densidade do fluido, $u_i^{(w)}$ é a velocidade do fluido, $P^{(w)}$ é a pressão isotrópica do fluido e $T_{ij}^{(w)}$ é o tensor das tensões no fluido.

Nas sub-secções seguintes procede-se à descrição das equações de conservação, obtidas por integração das equações (1.2) a (1.6), e dos modelos de fecho empregues, nomeadamente expressões para a velocidade média na camada de transporte, para o fluxo mássico vertical de sedimentos, para a espessura da camada de transporte e para a tensão de arrastamento junto ao fundo.

3.2 Equações de conservação integradas na coluna de água

Para obter as equações de conservação correspondentes à aproximação de escoamentos pouco profundos (*shallow-water flows*, na literatura de língua inglesa), i) somaram-se as equações de conservação 3D de cada constituinte (equações (1.2) e (1.5) e (1.3) e (1.6)); ii) aplicaram-se as condições de fronteira cinemáticas à superfície livre e ao leito e iii) integraram-se as equações em cada camada identificada na Figura 4, admitindo a hipótese de continuidade.

As equações de conservação bidimensionais em planta (2DH), escritas num referencial ortonormado direto de coordenadas cartesianas $x_0 y_0$, respetivamente, da massa total, da quantidade de movimento na direção x , da quantidade de movimento na direção y e da massa de sedimentos na camada de transporte, escrevem-se da seguinte forma:

$$\partial_t h + \partial_x (uh) + \partial_y (vh) = -\partial_t z_0 = -\left(\frac{|\mathbf{q}_b| - |\mathbf{q}_b^*|}{(1-p_b)\Lambda} - \Delta_t z_0 \right) \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \partial_t M_x + \partial_x \left(\rho_b u_b^2 h_b + \rho_w u_w^2 h_w \right) + \partial_y \left(\rho_b u_b v_b h_b + \rho_w u_w v_w h_w \right) + \\ \frac{1}{2} g \cos(\beta) \partial_x \left(\rho_b h_b^2 + 2\rho_w h_b h_w + \rho_w h_w^2 \right) = -g \left(\rho_b h_b + \rho_w h_w \right) \partial_x z_0 - \tau_{0x} \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \partial_t M_y + \partial_x \left(\rho_b u_b v_b h_b + \rho_w u_w v_w h_w \right) + \partial_y \left(\rho_b v_b^2 h_b + \rho_w v_w^2 h_w \right) + \\ \frac{1}{2} g \cos(\beta) \partial_y \left(\rho_b h_b^2 + 2\rho_w h_b h_w + \rho_w h_w^2 \right) = -g \left(\rho_b h_b + \rho_w h_w \right) \partial_y z_0 - \tau_{0y} \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\partial_t H + \partial_x (H_b u_b + H_w u_w) + \partial_y (H_b v_b + H_w v_w) = -\left(\frac{|\mathbf{q}_b| - |\mathbf{q}_b^*|}{\Lambda} - \Delta_t z_0 (1-p_b) \right) \quad (1.10)$$

em que h é a profundidade do escoamento, u e v são as componentes da velocidade do escoamento, segundo x e y , respetivamente, z_0 é a elevação do fundo (interface entre as camadas B e C, na Figura 4), $|\mathbf{q}_b|$ é o módulo do caudal sólido total, por unidade de largura, $|\mathbf{q}_b^*|$ é o módulo do caudal sólido de equilíbrio, por unidade de largura, p_b é a porosidade do leito, Λ é o comprimento de adaptação (comprimento necessário para que um estado de desequilíbrio imposto no transporte sólido retorne ao estado de equilíbrio), $M_x = \rho_b u_b h_b + \rho_w u_w h_w$ e $M_y = \rho_b v_b h_b + \rho_w v_w h_w$ são as quantidades de movimento por unidade de área, respetivamente nas direções x e y , $\rho_b = \rho^{(w)}(1 + (s-1)C_b)$ é a massa volúmica aparente na camada B, C_b é a concentração de sedimentos na camada B, $s = \rho^{(g)}/\rho^{(w)}$ é a densidade dos grãos, $\rho^{(w)}$ é a massa volúmica da água, $\rho^{(g)}$ é a massa volúmica dos grãos de sedimentos, $\rho_w = \rho^{(w)}(1 + (s-1)C_w)$ é a massa volúmica aparente da camada A (Figura 4), C_w é a concentração de sedimentos na camada A, u_c e v_c são as componentes da velocidade do escoamento segundo x e y , respetivamente, na camada de transporte (camada B na Figura 4), u_w e v_w são as componentes da velocidade do escoamento segundo x e y , respetivamente, na camada de A (ver Figura 4), h_b é a espessura da camada de transporte, h_w é a espessura da camada A, β é o ângulo que o leito faz com o plano horizontal, τ_0 é a tensão de arrastamento junto ao fundo, com componentes τ_{bx} e τ_{by} segundo x e y , respetivamente, $H = C_b h_b + C_w h_w$ é a espessura equivalente de sedimentos transportados, $H_b = C_b h_b$ é a espessura equivalente de sedimentos na camada de transporte (camada B na Figura 4) e $H_w = C_w h_w$ é a espessura equivalente de sedimentos na camada A.

As variáveis dependentes conservativas nas equações (1.7) a (1.10) são h , M_x , M_y e H . Ao sistema composto pelas equações (1.7) a (1.10) há que acrescentar a equação de conservação da massa de sedimentos no leito:

$$(1 - p_b) \partial_t z_0 = \frac{|\mathbf{q}_b| - |\mathbf{q}_b^*|}{\Lambda} - \Delta_t z_0 (1 - p_b) \quad (1.11)$$

Está implícito nas equações (1.7) a (1.11) que a evolução morfológica do leito é essencialmente determinada pela diferença entre a capacidade de transporte de material sólido e quantidade de material sólido efetivamente transportado. O termo

$$\phi_{1,2} = \frac{|\mathbf{q}_b| - |\mathbf{q}_b^*|}{\Lambda} \quad (1.12)$$

representa a troca de sedimentos, por ação hidrodinâmica, que ocorre entre a camada de transporte e a camada superficial do leito. A proposta implícita na equação (1.12) é a de que esta troca vertical depende do desequilíbrio local do volume de sólidos transportado. Se a quantidade de material sólido transportada for maior que a capacidade de transporte, regista-se tendência para deposição até que se o diferencial seja nulo; se, pelo contrário, a quantidade de material sólido transportada for menor que a capacidade de transporte regista-se tendência para erosão, até que a capacidade de transporte seja preenchida.

Além da componente hidrodinâmica, a evolução do fundo é ainda afetada por movimentos de massas de origem geotécnica (instabilizações) que podem ocorrer em zonas emersas ou submersas. O termo $\Delta_t z_0$ é a taxa de variação temporal do volume, por unidade de área, que se acumula num dado ponto devido a episódios de instabilização geotécnica em zonas vizinhas.

No caso de se pretender modelar o transporte fraccional de misturas granulométricas bem como a evolução da composição da camada superficial do leito e do substrato, o sistema de equações de conservação é complementado com as equações de conservação da massa de cada fração granulométrica na camada de transporte:

$$\partial_t H_k + \partial_x (H_k u_k) = - \left(\frac{q_{b_k} - q_{b_k}^*}{\Lambda_k} - \frac{1}{A} \Delta_t \nabla_{lk} \right) \quad (1.13)$$

em que H_k é a espessura equivalente de sedimentos da fração k e u_k , q_{b_k} , $q_{b_k}^*$, Λ_k e ∇_{lk} são, respetivamente, velocidade, o caudal sólido, o caudal sólido de equilíbrio (ambos em módulo), o comprimento de adaptação e o volume de sedimentos removidos das margens correspondentes a essa fração granulométrica.

A equação (1.13) representa $n_f - 1$ equações, em que n_f é o número de frações granulométricas. Evidentemente

$$\sum_{k=1}^{n_f} \partial_t H_k + \partial_x (H_k u_k) = \partial_t H + \partial_x (H_b u_b + H_w u_w)$$

e

$$\sum_{k=1}^{n_f} \left(\frac{q_{b_k} - q_{b_k}^*}{\Lambda_k} - \frac{1}{A} \Delta_t \nabla_{lk} \right) = \frac{|\mathbf{q}_b| - |\mathbf{q}_b^*|}{\Lambda} - \Delta_t z_0 (1 - p_b)$$

Os caudais sólidos totais são o somatório dos caudais sólidos fracionais:

$$|q_b| = \sum_{k=1}^{n_f} q_{b_k} \quad \text{e} \quad |q_b^*| = \sum_{k=1}^{n_f} q_{b_k}^*$$

As concentrações de cada fração k são obtidas da seguinte forma:

$$C_{b_k} = \frac{q_{b_k}}{h|\mathbf{u}|} \quad (1.14)$$

A velocidade da camada de transporte, empregue nas equações (1.8) e (1.9), é, assim, definida por:

$$u_b h_b = \sum_{k=1}^{n_f} C_{b_k} h_b u_k + (1 - C_b) u_{bw} h_b \Leftrightarrow u_b = \sum_{k=1}^{n_f} C_{b_k} u_k + (1 - C_b) u_{bw} \quad (1.15)$$

em que u_{bw} é a velocidade da água na camada de transporte (camada B na Figura 4). A velocidade da camada superior é, por conservação dos volumes escoados,

$$u_w = \frac{uA - u_b A_b}{A - A_b} \quad (1.16)$$

O comprimento de adaptação, empregue nas equações (1.7), (1.10) e (1.13), obtém-se por

$$\Lambda = \frac{\sum_{k=1}^{n_f} q_{b_k} - \sum_{k=1}^{n_f} q_{b_k}^*}{\sum_{k=1}^{n_f} \left(\frac{q_{b_k} - q_{b_k}^*}{\Lambda_k} \right)} \quad (1.17)$$

O modelo necessita ainda n_f equações para a conservação das frações granulométricas na camada superficial do leito e outras n_f equações para o substrato. Para a camada superficial do leito tem-se:

$$\partial_t \nabla_k^{(a)} = \phi_{k1,2} - \phi_{k0,1} \quad (1.18)$$

em que $\nabla_k^{(a)}$ é o volume da fração k na camada superficial do leito, $\phi_{k1,2}$ é a troca vertical (em volume) de sedimentos da fração k entre a camada superficial do leito e a camada de transporte e $\phi_{k0,1}$ é a troca vertical (em volume) de sedimentos da fração k entre o substrato e a camada superficial do leito (Figura 5). Admite-se que

$$\phi_{k1,2} = \frac{q_{bk} - q_{bk}^*}{\Lambda_k} \quad (1.19)$$

ou seja, que a troca vertical da fração k entre o leito e a camada de transporte é determinado pelo desequilíbrio no transporte dessa fração. A principal objeção a esta formulação releva do

facto de as interações não-lineares inerentes ao transporte das várias frações granulométricas serem desprezadas.

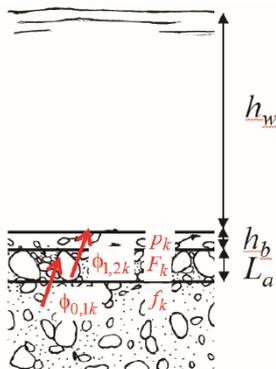


Figura 5 - Camada superficial do leito, substrato e camada de transporte e respetivos fluxos verticais.

Para o substrato tem-se a seguinte equação de conservação:

$$\partial_t \nabla_k^{(s)} = \phi_{k0,1} \quad (1.20)$$

em que $\nabla_k^{(a)}$ é o volume da fração k no substrato. A troca entre o substrato e a camada superficial do leito depende de este estar sujeito a erosão ou a deposição (Figura 5). Assim,

$$\phi_{k0,1} = \begin{cases} f_k \partial_t \nabla_k^{(s)} & \text{(erosão)} \\ \psi(F_k, p_k) \partial_t \nabla_k^{(s)} & \text{(deposição)} \end{cases} \quad (1.21)$$

em que $\nabla^{(s)}$ é o volume do substrato,

$$f_k = \frac{\nabla_k^{(s)}}{\nabla^{(s)}} \quad (1.22)$$

é a percentagem de sedimentos da fração k no substrato (Figura 5),

$$F_k = \frac{\nabla_k^{(a)}}{\nabla^{(a)}} \quad (1.23)$$

é a percentagem de sedimentos da fração k na camada superficial do leito (Figura 5), $\nabla^{(a)}$ é o volume da camada superficial do leito,

$$p_k = \frac{q_{b_k}}{q_b} \quad (1.24)$$

é a percentagem de sedimentos da fração k em transporte (Figura 5), e $\psi(\square)$ é um operador linear.

Na equação (1.21) está expresso o facto de, no caso de haver erosão, o volume de sedimentos que é incorporado a partir do substrato tem a composição do mesmo e de, no caso de haver deposição, o volume de sedimentos que abandona a camada superficial para o leito tem uma combinação da composição dessa camada e da composição dos sedimentos em movimento.

Note-se que os volumes iniciais da camada superficial do leito e do substrato têm que ser especificados, em função da espessura da camada superficial, da cota do leito fixo (*bedrock*) e da largura inicial do leito. Durante o cálculo pode ocorrer o esgotamento de algumas frações finas na camada superficial (encouraçamento, Hirano, 1971, discussão em Ferreira, 2005) ainda que o volume dessa camada permaneça constante. Pode ainda acontecer o esgotamento da própria camada superficial e do substrato, no caso de haver intensa erosão e afloramento do *bedrock*.

Note-se, ainda, que o somatório de (1.18) e (1.20) conduz a (1.11), pelo que esta última equação pode ser usada para verificar a conservação da massa durante a simulação.

Para as variáveis h_b , u_b , τ_0 , $q_{s_k}^*$ e Λ_k são necessárias equações de fecho, atendendo aos modelos reológicos apresentados na equação (1.1).

O modelo permite conhecer, em cada instante até ao horizonte de cálculo, a distribuição espacial dos caudais sólidos de todas as frações granulométricas bem como o caudal sólido total, o caudal líquido, as velocidades de propagação de sólidos e líquido e a morfologia das ribeiras. Permite ainda avaliar a quantidade de qualquer grandeza transportada nas ribeiras

3.3 Equações de fecho

As expressões para o cálculo de \mathbf{u}_b , h_b , \mathbf{q}_b^* , τ_0 e de $\phi_{1,2} = (|\mathbf{q}_b| - |\mathbf{q}_b^*|) / \Lambda$ nas equações (1.7) a (1.11) e (1.13) baseiam-se numa idealização de escoamento estratificado na camada de transporte cuja estrutura bidimensional vertical assume predominância de tensões do tipo colisional e friccional (fase granular) e turbulento (fase líquida), configurando um modelo reológico dilatante, para elevados volumes de água, e quasi-estático, para reduzidos teores em água (ver equação (1.1) e texto sequente). A caracterização da estrutura vertical do escoamento resulta de um processo de experimentação numérica no qual se procede à resolução numérica do conjunto de 9 EDOs que governam, em regime permanente, o escoamento na mistura de água e sedimentos na camada de transporte (detalhes em Jenkins & Richman, 1988, Ferreira 2005, pp. 231-238, Ferreira et al., 2009). Este sistema deve ser resolvido simultaneamente, sujeito a 9 condições de fronteira (detalhes em Ferreira 2005, pp. 246-256). Os resultados que se obtiveram com partículas plásticas cilíndricas com características: $d = 0,003$ m, $s = 1,27$ e coeficiente de restituição $e = 0,825$ são apresentados na Figura 6.

A determinação das trocas de volume entre o leito e a camada de transporte decorre da existência de uma camada friccional entre a qual tensão de corte pode variar. A integração da equação de conservação da quantidade de movimento na direção vertical sob a camada friccional devolve (Ferreira et al. 2009)

$$\partial_t(z_0) = \phi_{1,2} = \frac{g\rho^{(w)}(s-1)\tan(\phi_b)}{u_b(\rho_b u_x)|_{z=Z_f}}(q_b - q_b^*) \quad (1.25)$$

onde Z_f é a elevação da fronteira entre as camadas friccional e colisional (Ferreira et al. 2009) e $\tan(\phi_b)$ é o coeficiente de atrito interno dinâmico na fronteira entre o leito e a camada de transporte.

Na equação (1.25) está implícito que a concentração de equilíbrio na camada de transporte é

$$C_b^* = C_f u^2 / (g(s-1)\tan(\phi_b)h_b) \quad (1.26)$$

em que C_f é coeficiente de atrito global. Na equação (1.25) está ainda implícito o comprimento de adaptação

$$\Lambda = \frac{u_b(\rho_b u_x)|_{z=Z_f}}{g\rho^{(w)}(s-1)(1-p_b)\tan(\phi_b)} \quad (1.27)$$

Conforme se pode observar nas Figura 6 (c) e (d), o módulo do fluxo da energia cinética associada às flutuações aumenta na direção do leito e a temperatura granular nunca é nula. Isto significa que a energia associada às flutuações é constantemente extraída do escoamento médio e dirigida para o fundo. Como consequência, a camada friccional não pode aumentar indefinidamente. Assume-se que a espessura desta camada é $2d$. O valor da concentração para o cálculo de ρ_b e o valor de $(u_x)|_{z=Z_f}$ pode ler-se nas Figura 6 (b) e (a), respetivamente.

Em escoamentos com elevada variabilidade temporal, verifica-se que a equação (1.27) subestima o valor do comprimento de adaptação. Assim neste estudo usou-se a fórmula heurística proposta por Canelas et al. (2013)

$$\Lambda = \frac{(\sqrt{\arctan(\theta-4)} + \sqrt{\arctan 4})(\Lambda_{max} - \Lambda_{min})}{\sqrt{\arctan(\theta_{ref}-4)} + \sqrt{\arctan 4} + \Lambda_{min}} + \Lambda_{min} \quad (1.28)$$

em que θ é o parâmetro de Shields

$$\theta = \frac{\tau_0}{\rho^{(w)}(s-1)gd} \quad (1.29)$$

Λ_{min} é dado pela equação (1.27) e θ_{ref} e Λ_{max} são parâmetros sujeitos a calibração. Esta expressão mantém o resultado teórico que Λ deve aumentar com θ , sendo assintoticamente limitado para valores reduzidos e elevados de θ .

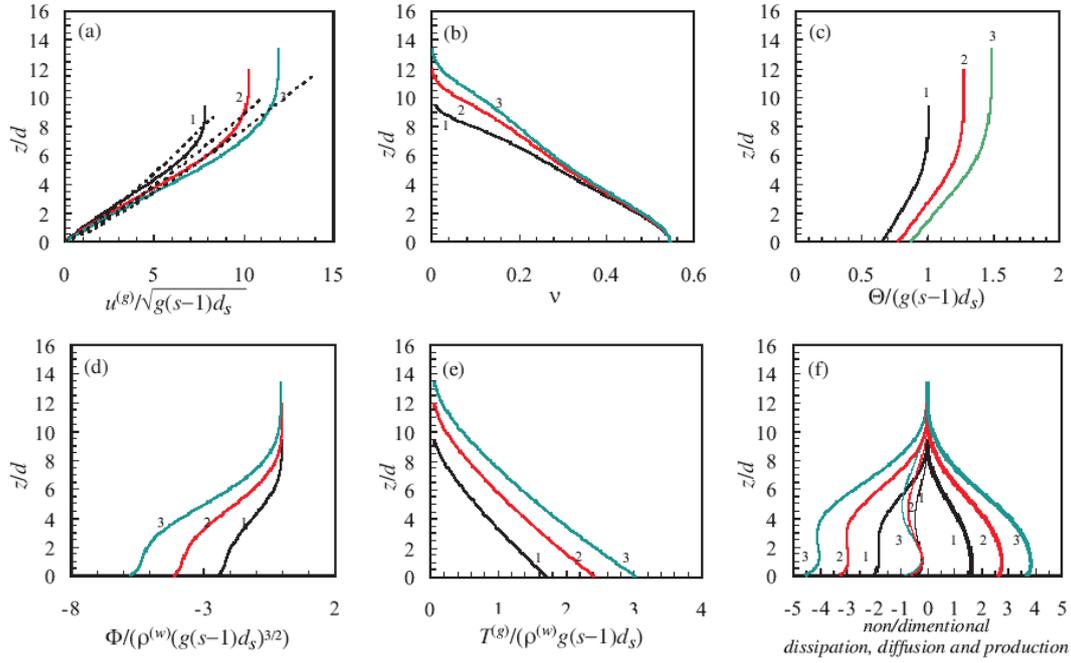


Figura 6 - Perfis verticais de quantidades adimensionais calculadas na camada de transporte. a) velocidade da fase granular, b) fração sólida (concentração), c) temperatura granular, d) fluxo de energia associada à flutuação da velocidade das partículas sólidas, e) tensões de corte granulares, f) dissipação, difusão e produção de energia cinética associada às flutuações da velocidade das partículas sólidas. As simulações 1, 2 e 3 correspondem a valores do parâmetro de Shields, $\theta = \tau_o / (\rho^{(w)}(s-1)gd)$, igual a, respetivamente, 1.74, 2.49 e 3.07, em que d é o diâmetro das partículas.

Neste trabalho usou-se $\theta_{ref} = 4.0$ e $\Lambda_{max} = 200 gd/w_s^2$. Os valores dos comprimentos de adaptação de cada fração granulométrica na equações (1.13) e (1.19) são dados por

$$\Lambda_k = \frac{(\sqrt{\arctan(\theta_k - 4)} + \sqrt{\arctan 4})(\Lambda_{max_k} - \Lambda_{min_k})}{\sqrt{\arctan(\theta_{ref} - 4)} + \sqrt{\arctan 4} + \Lambda_{min_k}} + \Lambda_{min_k} \quad (1.30)$$

em que $\theta_k = \tau_o / (\rho^{(w)}(s-1)gd_k)$, Λ_{min_k} é dado pela equação (1.27) e

$$\Lambda_{max_k} = 200 gd_k / w_{s_k}^2$$

Assim, os valores de Λ_k são tanto maiores quanto menores são os valores de d_k uma vez que a velocidade terminal de queda reduz-se não linearmente com d_k e com uma taxa superior. Este resultado é fisicamente correto: quanto maior for o diâmetro da partícula, menor será o comprimento necessário para o transporte se processar em equilíbrio; partículas de siltes ou argilas podem ser transportados em desequilíbrio ao longo de distâncias longas.

Através dos perfis da Figura 6 (a) pode obter-se uma estimativa do módulo da velocidade na camada de transporte:

$$u(z)/u = \frac{11}{6} (z/h)^{5/6}$$

Nas equações (1.7) a (1.11) a velocidade média na camada de transporte torna-se

$$u_b/u = (h_b/h)^{5/6} \quad (1.31)$$

Quanto às equações (1.13) a (1.16), para as frações granulométricas que são exclusivamente transportadas na camada de transporte, a velocidade de transporte é dada por

$$u_k/u = \xi_k (h_b/h)^{5/6} \quad (1.32)$$

em que os coeficientes multiplicativos são tais que $\sum_{k=1}^{n_f} \xi_k + 1.1 = 1$, admitindo-se que a

velocidade da água na camada de transporte é $u_{bw} = 1.1(h_b/h)^{5/6}$. Regra geral, a velocidade das frações mais finas poderá ser maior que a das frações grosseiras. Incorporando a equação (1.32), a velocidade da camada de transporte é calculada pela equação (1.15).

Ferreira (2005), pp. 278-287, obteve uma relação algébrica para a espessura da camada de transporte através da integração em profundidade da equação de conservação da energia associada às flutuações das partículas. Ferreira (2005) e Ferreira et al. (2010) verificaram ainda que a espessura da camada de transporte normalizada pelo diâmetro característico do material granular parece ser pouco dependente do tipo de sedimentos, podendo ser aproximada por

$$h_b/d = \alpha + \beta\theta \quad (1.33)$$

em que $\alpha = 1$ a 2 e $\beta = 5.5$ a 10 .

Para escoamentos estratificados em que a camada superior é constituída por água limpa, o caudal sólido em equilíbrio por unidade de largura é dado por

$$q_b^* = h_b \mathbf{u}_b C_b^* \quad (1.34)$$

em que C_b^* , $|\mathbf{u}_b|$, e h_b são dados por (1.26), (1.31) e (1.33), respetivamente. O fluxo vertical de sedimentos, expresso em (1.12), é especificado pela variável dependente C_b , por (1.28) e por (1.34). O caudal sólido em equilíbrio da fração k , nas equação (1.19) é, se o transporte se processar na camada junto ao fundo, calculado por

$$q_{bk}^* = \frac{d_{50} \sqrt{g(s-1)d_{50}}}{\tan(\varphi_b) \sqrt{C_f}} \left(\frac{d_{50}(\alpha + \beta\theta)}{h} \right)^{5/6} \sqrt{\theta} \theta_k \quad (1.35)$$

incorporando as expressões anteriores para a espessura, a velocidade e a concentração na camada de transporte. Se se a fração k for transportada em suspensão adota-se a fórmula de

van Rijn (1984). O fluxo vertical de sedimentos da fração k , entre a camada de transporte e a superfície do leito, expresso na equação (1.19), fica, então, determinado pela variável dependente H_k , por u_k , dada pela equação (1.32), por $Q_{s_k}^*$, dado pela equação (1.35), e por Λ_k , dado pela equação (1.30).

Nos rios onde se registam escoamentos estratificados, enquanto não se observam formas aluvionares, a resistência ao escoamento é apenas marginalmente influenciada pela forma particular do leito. A caracterização da resistência ao escoamento depende essencialmente das propriedades micro-mecânicas dos sedimentos e da interação fluido-partícula. Os mecanismos mais relevantes são, de acordo com a equação (1.1), a dissipação de energia nas colisões binárias entre partículas, a dissipação friccional devido a contactos frequentes entre partículas, a dissipação intersticial devido aos efeitos da viscosidade do fluido. Integrando a equação (1.1) obtém-se a expressão para a tensão de arrastamento junto ao fundo

$$\tau_0 = T_0 + \rho^{(s)} g(s-1)C_b h_b \tan(\varphi_b) + \rho^{(w)} c_f^{(c)}(C_b, h_c / d_s, s, \dots) u^2 + \mu^{(eq)}(c_b, s, \dots) u_b / h_b + \rho^{(w)} c_f^{(t)}(h/d_s, C_b) u^2 \quad (1.36)$$

em que $\mu^{(eq)}$ é a viscosidade equivalente, englobando a viscosidade do fluido e a viscosidade aparente da mistura de água e material sólido, $c_f^{(c)}$ é o coeficiente de atrito colisional-inercial e $c_f^{(t)}$ é o coeficiente de atrito associado ao escoamento turbulento do fluido.

Trabalhos de campo citados em Takahashi (2007) permitem estimar a ordem de grandeza de $\mu^{(eq)}$. Uma boa aproximação consiste na variação linear de $\mu^{(eq)}$ com C_b , com $\mu^{(eq)} = 0,01$ Pa.s para $C_b = 0,1$ e $\mu^{(eq)} = 2,00$ Pa.s para $C_b = 0,6$.

Os resultados de Sumer et al. (1996) permitem o cálculo do fator de atrito global $C_f = c_f^{(c)} + c_f^{(t)}$ se o escoamento for essencialmente inercial-colisional na camada de transporte e turbulento na cama de água limpa. Neste caso a tensão de corte no leito pode ser descrita de forma adequada por $\tau_0 \equiv \rho^{(w)} C_f u^2$ com um factor de atrito

$$\begin{cases} C_f = 0,02(d_{\max}/h)^{2/3} (u/w_s)^{2/3} & \text{se } (h/d_{\max})(w_s/u) > 2.959 \\ C_f = 500(d_{\max}/h)^{10} (u/w_s)^{10} & \text{se } (h/d_{\max})(w_s/u) \leq 2.959 \end{cases} \quad (1.37)$$

em que d_{\max} pode considerar-se igual ao d_{90} do leito (Ferreira et al., 2009) e onde w_s é a velocidade terminal de queda das partículas sólidas. Note-se que a relação entre o coeficiente de atrito definido na equação (1.37) e o coeficiente da fórmula de Manning-Strickler (K , expresso em $m^{1/3}s^{-1}$) é

$$C_f u^2 = gh \left(u / \left(K h^{2/3} \right) \right)^2 \Leftrightarrow K = \sqrt{g / \left(C_f h^{1/3} \right)}$$

Evidentemente os termos da equação (1.36) devem ser ponderados em função do tipo de escoamento. Assim, nos escoamentos do tipo Bingham, o modelo usa uma tensão de cedência da ordem de 10^2 Pa e o termo macroviscoso da equação (1.36). Em escoamentos puramente dilatante, o modelo emprega apenas os termos quadráticos. Em escoamentos com grandes concentrações de material sólido e não totalmente saturados, o modelo usa o termo friccional, complementado pelo termo macroviscoso. A inclusão de outros modelos reológicos, de acordo com a equação (1.1), nomeadamente dos efeitos friccional, macro-viscosos e das interações viscosas fluido-grão é conseguida através do envolvimento de teorias *ad hoc* (Ferreira, 2005, p. 249).

O fluxo vertical de sedimentos entre a camada superficial do leito e o substrato é dado por $\psi(F_k, p_k) \partial_t \nabla^{(s)}$, no caso de haver deposição, expressando o facto de haver transferência para o substrato de material da superfície mas também de material transportado. As quantidades relativas de ambos são determinadas das seguintes formas: 1) calcula-se o volume que deverá ser depositado na superfície do leito, $\Delta \nabla^{(a)}$; 2) calcula-se a distribuição granulométrica da superfície do leito por $F_k^{(tent)} = \frac{\nabla_k^{(a)} + \Delta \nabla_k^{(a)}}{\nabla^{(a)} + \Delta \nabla^{(a)}}$; 3) transfere-se o volume $\Delta \nabla^{(s)} = \Delta \nabla^{(a)}$ para o substrato, com composição $F_k^{(tent)}$.

Refira-se ainda que a espessura da camada superficial do leito é controlada pelo diâmetro característico das maiores fracções granulométricas. Neste trabalho adoptou-se $L_a = 0.9$ m.

3.4 Discretização e métodos de solução numérica

A discretização das equações do modelo conceptual 2D (equações (1.7) a (1.12)) obedece aos princípios que se expõem de seguida. As equações de conservação podem ser escritas da seguinte forma compacta

$$\partial_t (\mathbf{V}(\mathbf{U})) + \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{U}) = \mathbf{H}(\mathbf{U}) \Leftrightarrow \partial_t (\mathbf{V}(\mathbf{U})) + \partial_x (\mathbf{F}(\mathbf{U})) + \partial_x (\mathbf{G}(\mathbf{U})) = \mathbf{H}(\mathbf{U}) \quad (1.38)$$

onde $\mathbf{V} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ é o vetor das variáveis independentes conservativas, $\mathbf{U} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ é o vector das variáveis primitivas, $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ e $\mathbf{G} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ são os vetores de fluxo nas direções x e y , respetivamente, $\mathbf{H} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ é o vetor dos termos de fonte e x e t são as coordenadas do espaço e do tempo, respetivamente.

Para obter o esquema de discretização, integre-se a equação (1.38) numa qualquer célula i

$$\partial_t \int_{\Omega_i} \mathbf{V}(\mathbf{U}) dS + \int_{\Omega_i} \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{U}) dS = \int_{\Omega_i} \mathbf{H}(\mathbf{U}) dS$$

Aplicando o teorema de Gauss obtém-se

$$\partial_t \int_{\Omega_i} \mathbf{V}(\mathbf{U}) dS + \iint_{L_i} \mathbf{E}(\mathbf{U}) \mathbf{n} d\ell = \int_{\Omega_i} \mathbf{H}(\mathbf{U}) dS$$

em que $\mathbf{E} \mathbf{n} = \mathbf{F} \mathbf{i} + \mathbf{G} \mathbf{j}$ e $\mathbf{n} = (\mathbf{i}, \mathbf{j})^T$. Se a área da célula for A_i , obtém-se

$$\partial_t A_i \langle \mathbf{V}_i \rangle + \iint_{L_i} \{\mathbf{F} \mathbf{i} + \mathbf{G} \mathbf{j}\} d\ell = A_i \langle \mathbf{H}_i \rangle \quad (1.39)$$

em que o operador $\langle \ \rangle$ representa média espacial. Integrando ao longo das n_i arestas da célula i , a equação (1.39) escreve-se

$$\partial_t A_i \langle \mathbf{V}_i \rangle + \sum_{k=1}^{n_i} L_k \{ \langle \mathbf{F}_k \rangle \mathbf{i}_k + \langle \mathbf{G}_k \rangle \mathbf{j}_k \} = A_i \langle \mathbf{H}_i \rangle \quad (1.40)$$

em que L_k é o comprimento da aresta k . Os fluxos através da aresta k da célula i representam, na expressão de discretização mais simples, diferenças entre os valores das grandezas em células adjacentes i e j , separadas pela aresta k :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_k \rangle &= \Delta_{ik} \langle \mathbf{F} \rangle = \langle \mathbf{F}_j \rangle - \langle \mathbf{F}_i \rangle \\ \langle \mathbf{G}_k \rangle &= \Delta_{ik} \langle \mathbf{G} \rangle = \langle \mathbf{G}_j \rangle - \langle \mathbf{G}_i \rangle \end{aligned}$$

Introduzindo na equação (1.40) obtém-se

$$A_i \frac{\Delta \langle \mathbf{V}_i \rangle}{\Delta t} + \sum_{k=1}^{n_i} L_k \{ \Delta_{ik} \langle \mathbf{F} \rangle \mathbf{i}_k + \Delta_{ik} \langle \mathbf{G} \rangle \mathbf{j}_k \} = A_i \langle \mathbf{H}_i \rangle \quad (1.41)$$

As variações do vetor de fluxo podem ser obtidas com base nas variáveis dependentes por intermédio de uma matriz Jacobiana aproximada na normal à aresta:

$$\Delta_{ik} \langle \mathbf{F} \rangle \mathbf{i}_k + \Delta_{ik} \langle \mathbf{G} \rangle \mathbf{j}_k = \tilde{\mathbf{J}}_{nik} \Delta_{ik} \langle \mathbf{V} \rangle \quad (1.42)$$

em que $\tilde{\mathbf{J}}_{nik}$ é a matriz Jacobiana normal aproximada (não esquecer que os vetores de fluxo não são funções homogéneas das variáveis dependentes, logo não é possível usar a matriz Jacobiana natural). Os valores e os vetores próprios da matriz Jacobiana aproximada são, respetivamente

$$\tilde{\lambda}_{ik}^{(1)} = (\tilde{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n} + \tilde{c})_{ik}; \quad \tilde{\lambda}_{ik}^{(2)} = (\tilde{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n})_{ik}; \quad \tilde{\lambda}_{ik}^{(3)} = (\tilde{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n} - \tilde{c})_{ik}; \quad \tilde{\lambda}_{ik}^{(4)} = (\tilde{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n})_{ik}, \quad (1.43)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{u} + \tilde{c} |\mathbf{i}| \\ \tilde{v} + \tilde{c} |\mathbf{j}| \\ \tilde{C}_b \end{bmatrix}_{ik}, \quad \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\tilde{c} |\mathbf{j}| \\ \tilde{c} |\mathbf{i}| \\ 0 \end{bmatrix}_{ik}, \quad \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{u} - \tilde{c} |\mathbf{i}| \\ \tilde{v} - \tilde{c} |\mathbf{j}| \\ \tilde{C}_b \end{bmatrix}_{ik}, \quad \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{ik}, \quad (1.44)$$

em que, segundo Roe (1981), as variáveis aproximadas são

$$\tilde{u}_{ik} = \frac{u_i \sqrt{h_i} + u_j \sqrt{h_j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}}, \quad \tilde{v}_{ik} = \frac{v_i \sqrt{h_i} + v_j \sqrt{h_j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}}, \quad \tilde{c}_{ik} = \sqrt{g \frac{h_i + h_j}{2}}, \quad \tilde{C}_{b ik} = \frac{\tilde{C}_{bi} \sqrt{h_i} + \tilde{C}_{bj} \sqrt{h_j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}}$$

A variação das variáveis dependentes é projectada na base formada pelos vectores próprios

$$\Delta_{ik} \langle \mathbf{V} \rangle = \sum_{n=1}^4 \alpha_{ik}^{(n)} \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)} \quad (1.45)$$

em que os coeficientes $\alpha_{ik}^{(n)}$ podem ser aproximados por

$$\begin{aligned} \alpha_{ik}^{(1)} &= \frac{\Delta_{ik} \langle h_i \rangle}{2} + \frac{1}{2\tilde{c}_{ik}} (\Delta_{ik} \langle \mathbf{u}_i h_i \rangle - \tilde{\mathbf{u}}_{ik} \Delta_{ik} \langle h_i \rangle) \mathbf{n}_{ik} \\ \alpha_{ik}^{(2)} &= \frac{1}{\tilde{c}_{ik}} (\Delta_{ik} \langle \mathbf{u}_i h_i \rangle - \tilde{\mathbf{u}}_{ik} \Delta_{ik} \langle h_i \rangle) \mathbf{t}_{ik} \\ \alpha_{ik}^{(3)} &= \frac{\Delta_{ik} \langle h_i \rangle}{2} - \frac{1}{2\tilde{c}_{ik}} (\Delta_{ik} \langle \mathbf{u}_i h_i \rangle - \tilde{\mathbf{u}}_{ik} \Delta_{ik} \langle h_i \rangle) \mathbf{n}_{ik} \\ \alpha_{ik}^{(4)} &= \Delta_{ik} \langle h_i C_{bi} \rangle - \Delta_{ik} \langle h_i \rangle \tilde{C}_{ik} \end{aligned} \quad (1.46)$$

sendo $\mathbf{t} = (-\mathbf{j}, \mathbf{i})^T$.

As diferenças de fluxo podem ser divididas explicitamente como as contribuições que entram e que saem de cada célula

$$\begin{aligned} \Delta_{ik} \langle \mathbf{F} \rangle &= \Delta_{ik} \langle \mathbf{F} \rangle^+ + \Delta_{ik} \langle \mathbf{F} \rangle^- \\ \Delta_{ik} \langle \mathbf{G} \rangle &= \Delta_{ik} \langle \mathbf{G} \rangle^+ + \Delta_{ik} \langle \mathbf{G}_{ik} \rangle^- \end{aligned} \quad (1.47)$$

em que $\lambda^\pm = \frac{1}{2}(\lambda \pm |\lambda|)$. Sendo os fluxos suscetíveis de serem expressos na base de vectores próprios

$$\begin{aligned} \Delta_{ik} \langle \mathbf{F} \rangle &= \left(\sum_{n=1}^4 \tilde{\lambda}_{ik}^{(n)} \alpha_{ik}^{(n)} \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)} \right) |\mathbf{i}| \\ \Delta_{ik} \langle \mathbf{G} \rangle &= \left(\sum_{n=1}^4 \tilde{\lambda}_{ik}^{(n)} \alpha_{ik}^{(n)} \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)} \right) |\mathbf{j}| \end{aligned} \quad (1.48)$$

Assim, a definição (1.47) fica

$$\begin{aligned} \Delta_{ik} \langle \mathbf{F} \rangle &= \left(\sum_{n=1}^4 (\tilde{\lambda}_{ik}^{(n)} \alpha_{ik}^{(n)} \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)})^+ + \sum_{n=1}^4 (\tilde{\lambda}_{ik}^{(n)} \alpha_{ik}^{(n)} \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)})^- \right) |\mathbf{i}| \\ \Delta_{ik} \langle \mathbf{G} \rangle &= \left(\sum_{n=1}^4 (\tilde{\lambda}_{ik}^{(n)} \alpha_{ik}^{(n)} \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)})^+ + \sum_{n=1}^4 (\tilde{\lambda}_{ik}^{(n)} \alpha_{ik}^{(n)} \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)})^- \right) |\mathbf{j}| \end{aligned} \quad (1.49)$$

Para que os fluxos não sejam contabilizados duas vezes, apenas a parcela que entra em cada célula será considerada.

Os termos de fonte relacionados com o declive do fundo serão discretizados da seguinte forma conservativa em que as diferenças de cota são também projetadas na base de vetores próprios e dividida em componentes positivas e negativas

$$A_i \langle \mathbf{H}_i \rangle \approx \sum_{k=1}^3 L_k \left(\sum_{n=1}^4 (\beta_{ik}^{(n)} \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)})^+ + \sum_{n=1}^4 (\beta_{ik}^{(n)} \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)})^- \right) \quad (1.50)$$

em que

$$\begin{aligned} \beta_{ik}^{(1)} &= \frac{\tilde{c}_{ik}}{2} + (-\Delta_{ik} \langle Z_0 \rangle) \\ \beta_{ik}^{(2)} &= 0 \\ \beta_{ik}^{(3)} &= -\beta_{ik}^{(1)} \\ \beta_{ik}^{(4)} &= 0 \end{aligned} \quad (1.51)$$

Os termos de fonte relacionados com a resistência ao escoamento serão discretizados de forma pontual, como médias em cada célula.

O esquema numérico (1.41) pode assim escrever-se

$$\langle \mathbf{V}_i \rangle^{m+1} = \langle \mathbf{V}_i \rangle^m - \frac{\Delta t}{A_i} \sum_{k=1}^{n_i} L_k \left\{ \sum_{n=1}^4 \left((\tilde{\lambda}_{ik}^{(n)} \alpha_{ik}^{(n)} - \beta_{ik}^{(n)}) \tilde{\mathbf{e}}_{ik}^{(n)} \right)^- \right\} + \frac{\Delta t}{2} (\langle \mathbf{R}_i \rangle^m + \langle \mathbf{R}_i \rangle^{m+1}) \quad (1.52)$$

O esquema numérico expresso na equação (1.52) permite resolver as equações (1.7) a (1.11) numa malha genérica, não-estruturada. Detalhes sobre processo de geração da malha, sobre a incorporação da altimetria do vale e sobre outros assuntos relacionados com a discretização, nomeadamente condições de estabilidade e algoritmos de secagem/molhagem podem ser consultados em Canelas (2010) e em Canelas et al. (2013).

As equações (1.18) e (1.20) discretizam-se da seguinte forma:

$$\nabla_{k \ i}^{(a)n+1} = \nabla_{k \ i}^{(a)n} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} (\phi_{k1,2i}(t) - \phi_{k0,1i}(t)) dt \approx \nabla_{k \ i}^{(a)n} + \Delta t (\phi_{k1,2i} - \phi_{k0,1i}) \quad (1.53)$$

$$\nabla_{k \ i}^{(s)n+1} = \nabla_{k \ i}^{(s)n} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \phi_{k0,1i}(t) dt \approx \nabla_{k \ i}^{(s)n} + \Delta t \phi_{k0,1i} \quad (1.54)$$

3.5 Validação do modelo STAV2D

A malha de cálculo a utilizar pelo modelo STAV2D tem de ser devidamente ajustada, de forma a refletir as condições de terreno existentes, sendo para tal necessário realizar uma etapa de pré-processamento num Sistemas de Informação Geográfica. O Modelo Digital de Terreno (MDT) utilizado é fornecido pelo levantamento da Municipia 2011, disponibilizando dados de elevação do terreno com 1/3' de resolução (aprox. 10m) com precisão de 0.1m (Figura 7, esq.). De forma a obter um MDT que contemple também o edificado existente, especialmente relevante para as

simulações na zona do Funchal, foi necessário utilizar e automatizar o processamento da informação planimétrica (Figura 7, dir.). Em particular, no caso do Funchal, houve que elevar o terreno de base (Figura 7, esq.) de uma altura fixada em 15 m, equivalente a um edifício comum de 4 andares, dentro da area de implantação de cada um dos 30.000 edifícios catalogados nesta planimetria. O resultado final é um Modelo Digital de Superfície (MDS, Figura 8) que serve de base para a malha de cálculo a utilizar no modelo STAV2D.

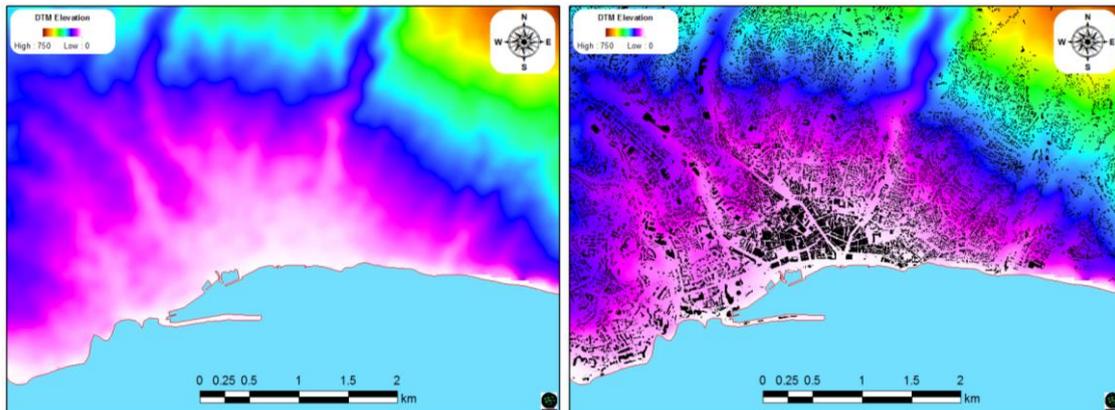


Figura 7 – Exemplos de modelos digitais de terreno. Zona do Funchal no MDT Municipia 2011 (esquerda) e dados vectoriais de planimetria (direita, polígonos a negro)

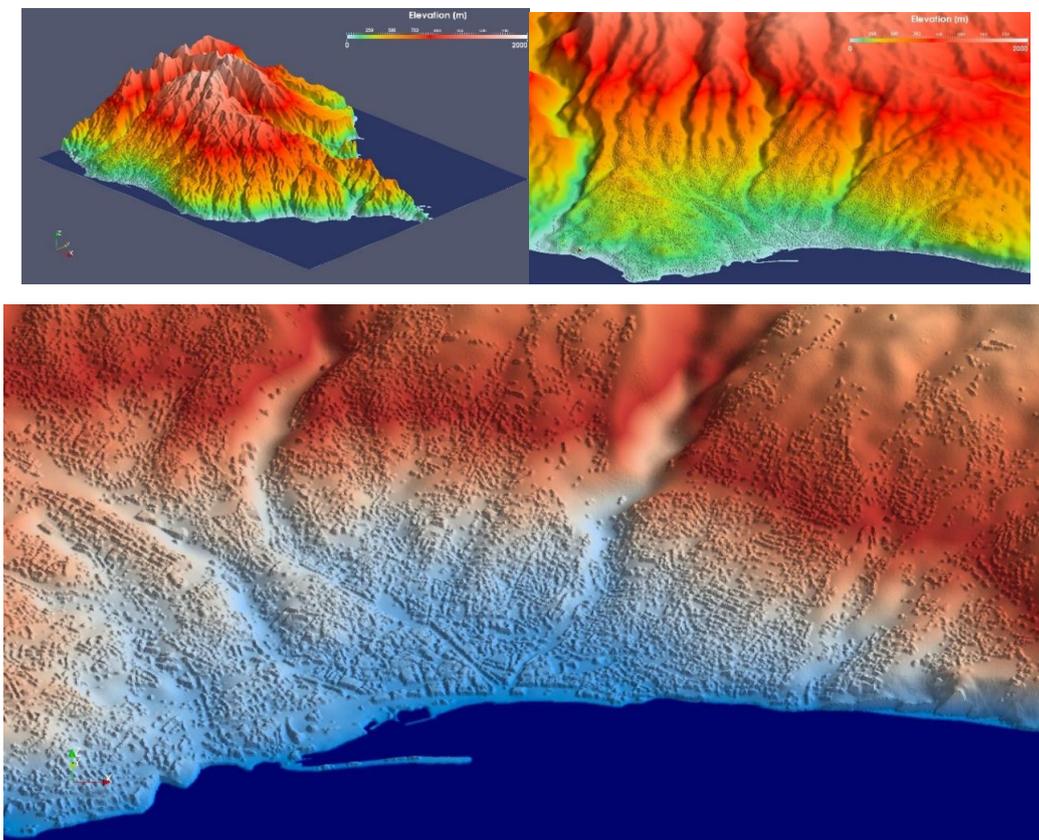


Figura 8 – Perspetiva 3D do MDS. Zona este da ilha da Madeira (em cima, à esquerda). Cidade do Funchal (em cima, à direita); e pormenor da confluência das ribeiras de São João, Sta. Luzia e João Gomes (em baixo)

A malha de cálculo é triangular não estruturada, que permite diferentes níveis de detalhe numa única malha. Na etapa de calibração e validação do modelo com os dados do evento de 20 de fevereiro de 2010 as células apresentam um comprimento médio de lado de cerca de 20 m. Na fase de análise das manchas de inundação para uma cheia centenária das ribeiras o comprimento médio do lado dos triângulos é 1.5 m no leito.

O modelo de cálculo usado permite a introdução de informação hidrológica, nomeadamente a precipitação em função do tempo, para cada célula de cálculo. Para simular o evento de 20 de Fevereiro de 2010, recorreu-se aos registos de precipitação horária publicados em relatório técnico (IST, UMa & LREC, 2010) e resumidos na Figura 9.

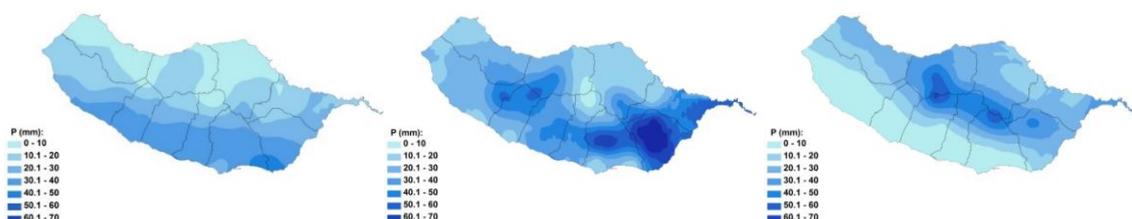


Figura 9 – Distribuição da precipitação às 9:00, 11:00 e 13:00 TUC de 20 Fevereiro de 2010 sobre as bacias hidrográficas das ribeiras afluentes ao Funchal (IST, UA & LREC, 2010).

Para o cálculo das cheias referentes ao período de retorno $T=100$ anos, recorreu-se ao valor das precipitações diárias máximas anuais publicadas no *Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da Madeira - Fase 2*, (IST, ADIST, UMa 2015). Utilizando os quocientes medianos dos ratios sub-diários referentes às durações de 1h, 3h, 6h, 12h e 24h nas estações correspondentes a cada sub-bacia das zonas em estudo, foram derivados os respetivos hietogramas. Foram criados mapas temporais de precipitação para cada célula de cálculo, sendo esta informação incluída no modelo como um termo de fonte na equação de conservação da massa de fluido.

O STAV2D permite a introdução de material sólido e líquido proveniente da instabilização de geotécnica de massas de solo. Em cada célula, procede-se a uma mudança de estado de um determinado volume da mistura de água e sedimentos: o material sujeito a instabilização é incorporado instantaneamente na camada de transporte, passando o seu escoamento a ser determinado pelas equações de conservação da massa e da quantidade de movimento.

Para simular o evento de 20 de fevereiro de 2010, recorreu-se à estimativa de volumes de erosão por instabilização geotécnica descrito no relatório publicado pelo IST, UMa e LREC (2010). Mostra-se, na Figura 10, a distribuição espacial das áreas sujeitas a instabilização.

Considerou-se, com base em observações locais, que a profundidade da erosão associada a cada área instabilizada seria de cerca de 1 m. O volume total da massa de água e sedimentos proveniente da instabilização das encostas consideradas é 400000 m³, admitindo-se uma porosidade média de 40%.

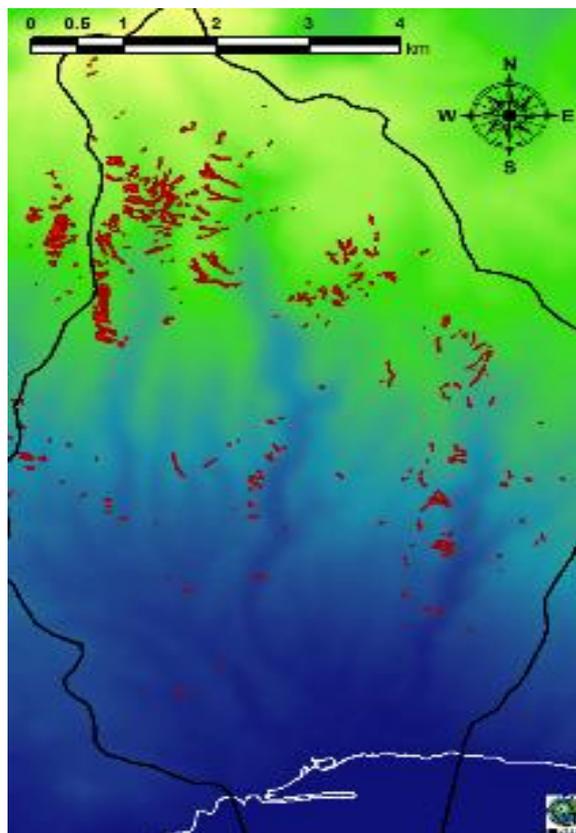


Figura 10 – Distribuição das áreas sujeitas a instabilização geotécnica nas bacias hidrográficas das ribeiras de São João, Sta Luzia e João Gomes (regiões a vermelho).

A validação baseia-se na comparação entre os resultados da simulação com os elementos recolhidos após a aluvião de 20 de fevereiro de 2010 nas bacias hidrográficas do Funchal.

A Figura 11 mostra as alturas do escoamento obtidas em várias fases do desenvolvimento da frente da aluvião simulada. Após a ocorrência dos deslizamentos de terras, que se fez coincidir com o pico do hietograma, é visível uma grande acumulação do escoamento nas três ribeiras consideradas (Figura 11, em cima), com alturas de escoamento a chegar aos 10m. As zonas de maior acumulação da mistura sólido-líquido são evidenciadas por cores mais claras, ao passo que cores mais escuras constituem as caudas das frentes da aluvião e dos deslizamentos nas vertentes. Ainda na Figura 11 (em baixo), é visível que a aluvião percorre a distância entre as cabeceiras da bacia e a Cidade do Funchal em cerca de 20 minutos, consideravelmente abaixo do tempo de concentração da bacia, e que tal se deve às elevadas velocidades na frente deste escoamento.

Verifica-se que a cota da superfície livre do escoamento nas ribeiras é superior à cota dos respetivos muros de contenção na zona baixa do Funchal, de acordo com o observado durante o evento.

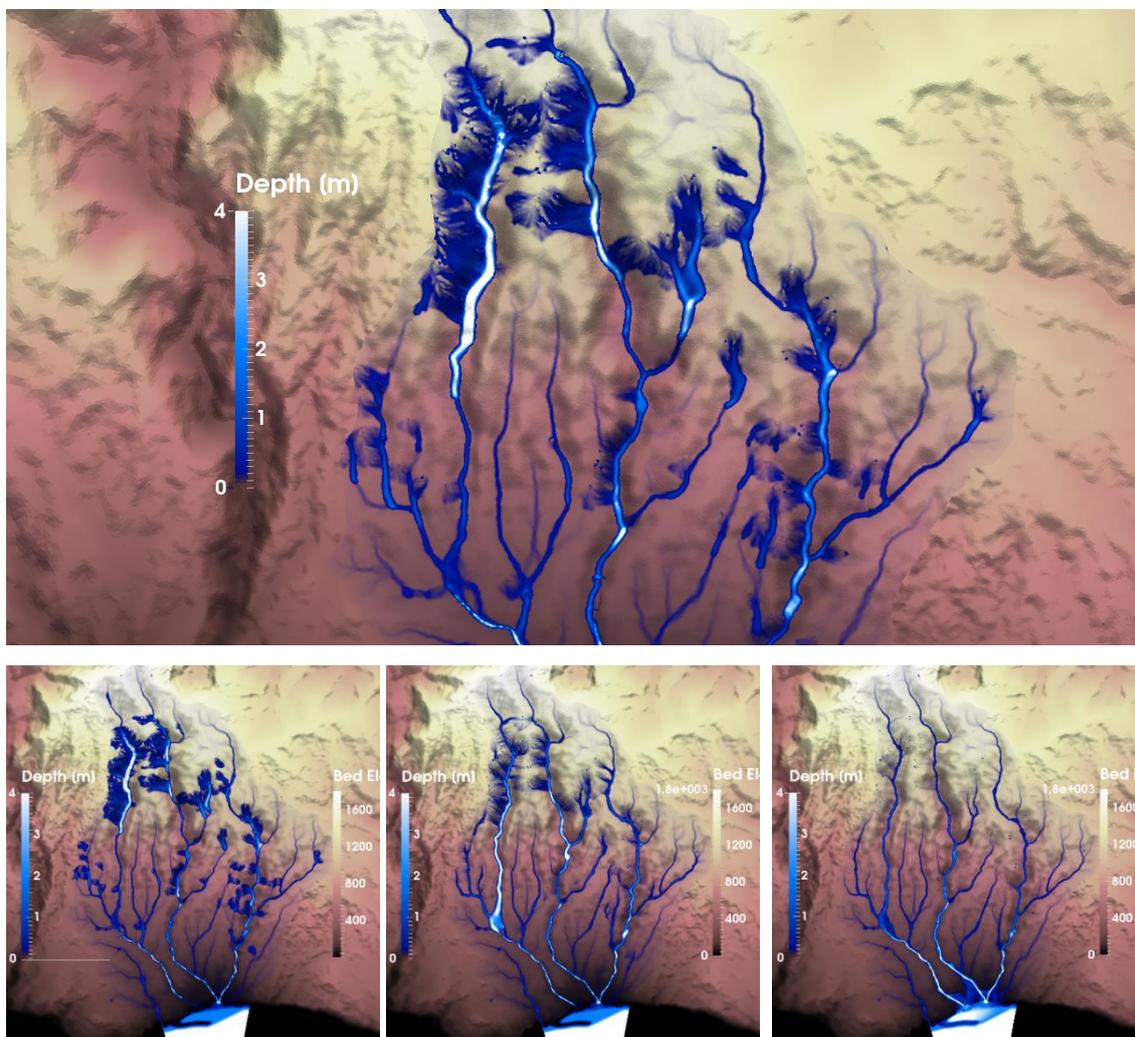


Figura 11 – Profundidade (m) calculada para as 9h33 (em cima) e para as 9h30, 9h40 e 9h50 (em baixo).

Na Figura 12 mostra-se a distribuição espacial de velocidades ao longo dos vales das ribeiras em diversos instantes de cálculo. Verificam-se velocidades superiores a 7 m/s à entrada da Cidade do Funchal, o que parece compatível com as observações do dia do evento. Nas zonas em que os talwegues das ribeiras são mais pronunciados, as velocidades observadas chegam a atingir valores da ordem dos 20 m/s.

O caudal sólido específico total (sólido-líquido) mostra-se na Figura 13. Nas simulações efetuadas com o STAV2D obtiveram-se valores da ordem dos 80 m²/s (ou m³/s.m) e concentrações de cerca de 0.5 na cabeça da aluvião, sublinhando assim a relevância do transporte sólido para a descrição do evento de 2010.

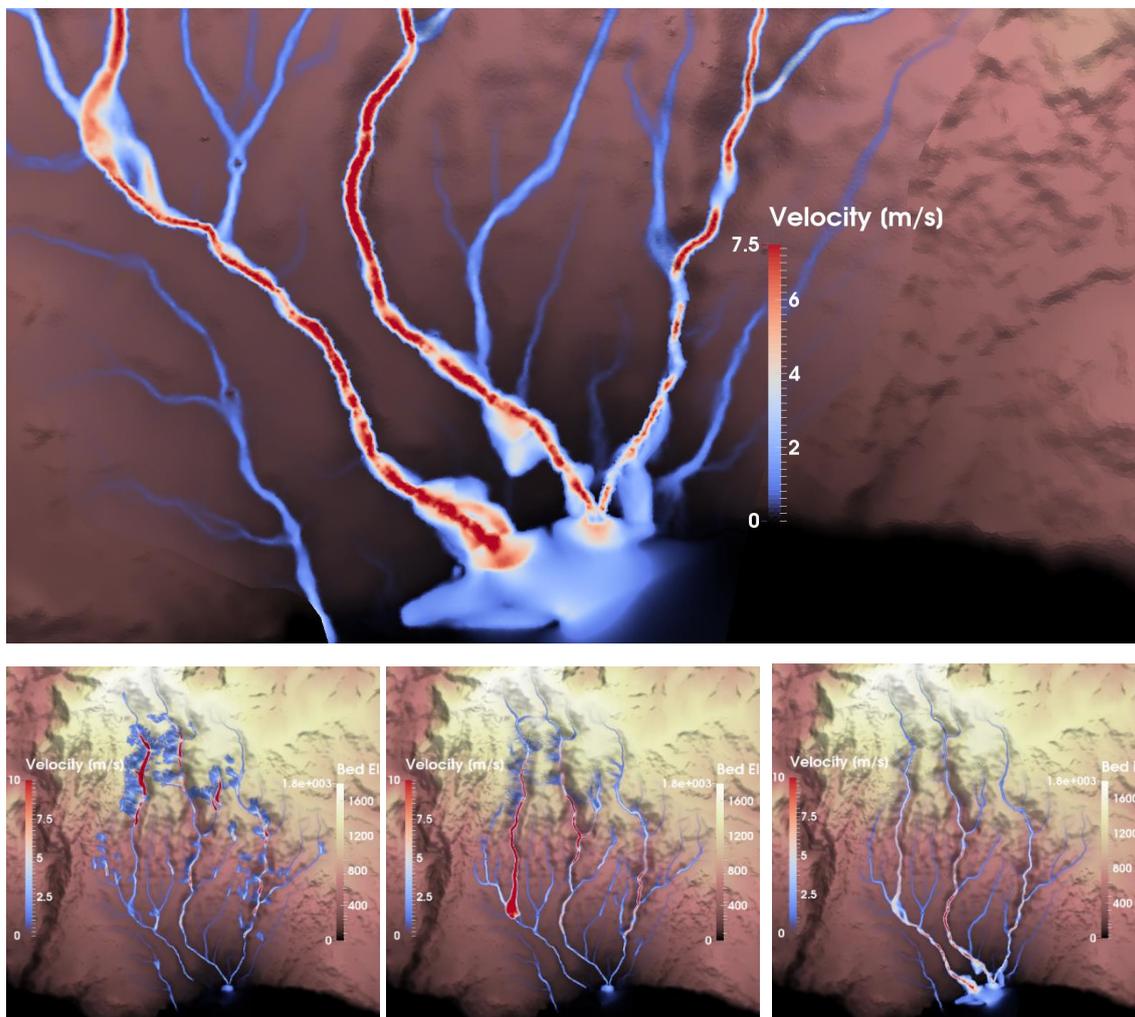


Figura 12 – Velocidade (m/s) calculada para as 9h48 (em cima) e para as 9h30, 9h40 e 9h50 (em baixo).

Na Figura 14 mostra-se o padrão de erosão/deposição ao longo das ribeiras e na Cidade do Funchal para a simulação efetuada com a fórmula de Ferreira et al. (2009). Diferentes fórmulas apresentam diferentes padrões; todavia verificou-se que a fórmula de Ferreira et al. (2009) conduzia a padrões de deposição lateral que se encontram de acordo com o observado no local e descrito no relatório publicado pelo IST, UA e LREC (2010).

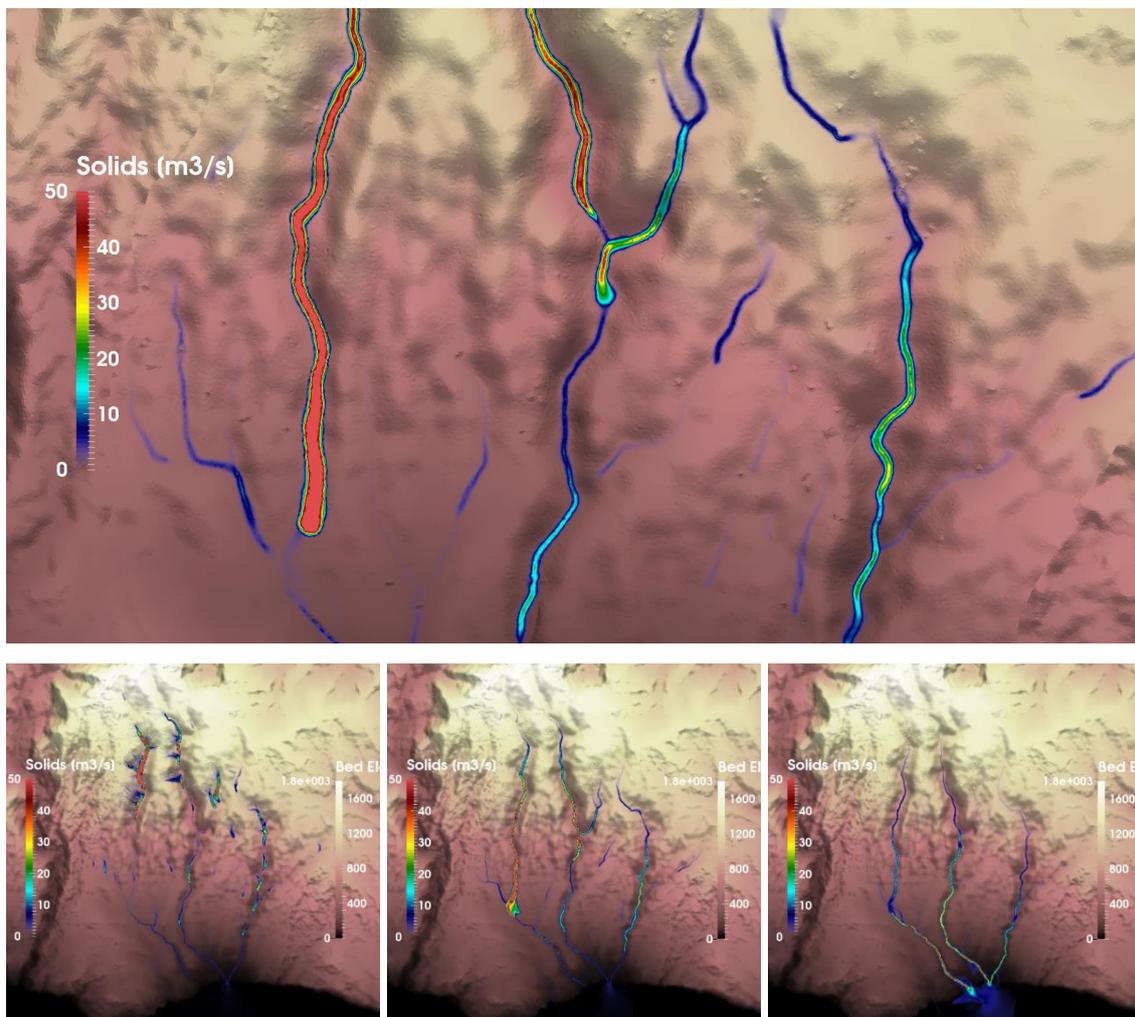


Figura 13 – Caudal sólido esp. (m^2/s) calculado para as 9h38 (em cima) e para as 9h30, 9h40 e 9h50 (em baixo).

As simulações efetuadas apontam para valores de material sólido depositado da ordem de $420000 m^3$ para a bacia hidrográfica do Funchal, dos quais $113000 m^3$ são depositados na Baixa do Funchal (Quadro 1).

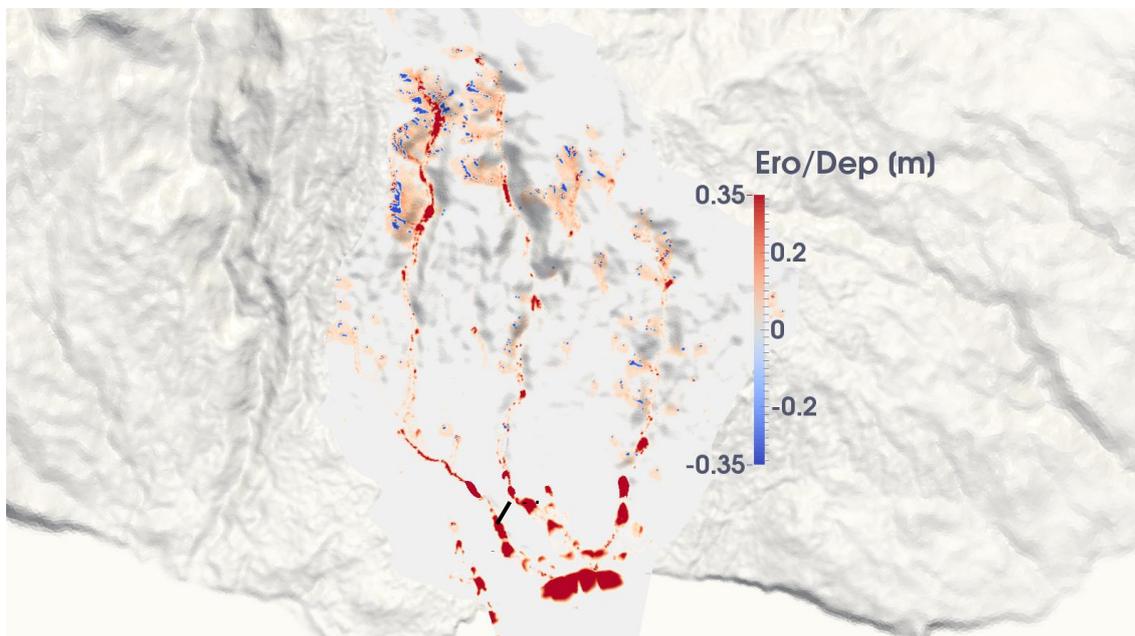


Figura 14 – Padrão final de erosão/deposição. Parâmetros: $D_{50}=2.0\text{mm}$, $C_{f_{\max}}=0.07$ (Ferreira et al., 2009).

Quadro 1 – Volumes de material sólido acumulados nas bacias hidrográficas das ribeiras afluentes ao Funchal, incluindo na baixa do Funchal

Zona de deposição	Volume depositado (m ³)
Ribeira/Sub-Bacia de Santa Luzia	135 000
Ribeira/Sub-Bacia de São João	225 000
Ribeira/Sub-Bacia de João Gomes	60 000
TOTAL	420 000
<hr/>	
Baixa do Funchal	113 000

Estes valores são da ordem de grandeza das observações efetuadas no terreno, como descrito em Castro (2011) e Teixeira (2010). À semelhança do ocorrido em 20 de Fevereiro de 2010, os resultados mostram que as três ribeiras ficam completamente obstruídas por material sólido depositado, visível no exemplo da secção AA' (definida na Figura 14) da Ribeira de São João como se mostra na Figura 15.

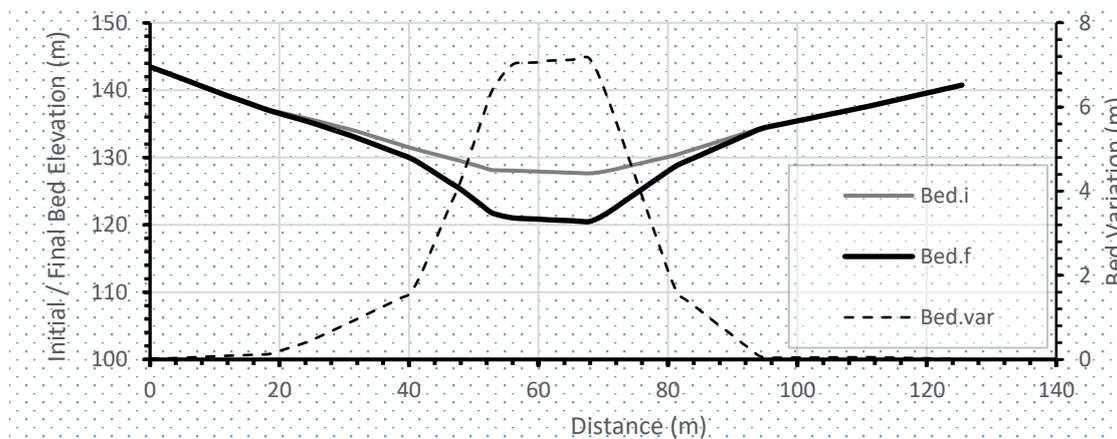


Figura 15 – Elevação inicial e final de uma seção do leito da Ribeira de São João para o evento de 2010.

Nesta secção e em vários outros trechos, mostra-se que a capacidade de vazão das ribeiras se anulou, passando o escoamento a processar-se pela malha urbana do Funchal, justificando a deposição de material sólido nas ruas da baixa do Funchal.

4 Verificação de soluções estruturais – Obras de Regularização Fluvial

4.1 Verificação das obras de regularização na Ribeira Brava

As simulações realizadas para a Ribeira Brava tiveram como parâmetros de entrada os hietogramas e hidrogramas de uma cheia centenária, recuperados da memória descritiva do projeto de intervenção na ribeira, CENOR (2011). Para definir a quantidade de material sólido a ser imposta como condição de fronteira a montante do troço intervencionado, foi necessária uma simulação prévia que considerasse a área da sub-bacia hidrográfica que para este é drenada, utilizando o mesmo hietograma da cheia centenária como parâmetro de entrada. O traçado desta sub-bacia foi feito automaticamente com recurso a Sistemas de Informação Geográfica (SIG), tendo como base o MDT ASTER (NASA, 2007). O hietograma, mostrado na Figura 16, foi obtido a partir da linha de possibilidade udométrica estabelecida na memória descritiva do projeto CENOR (2011).

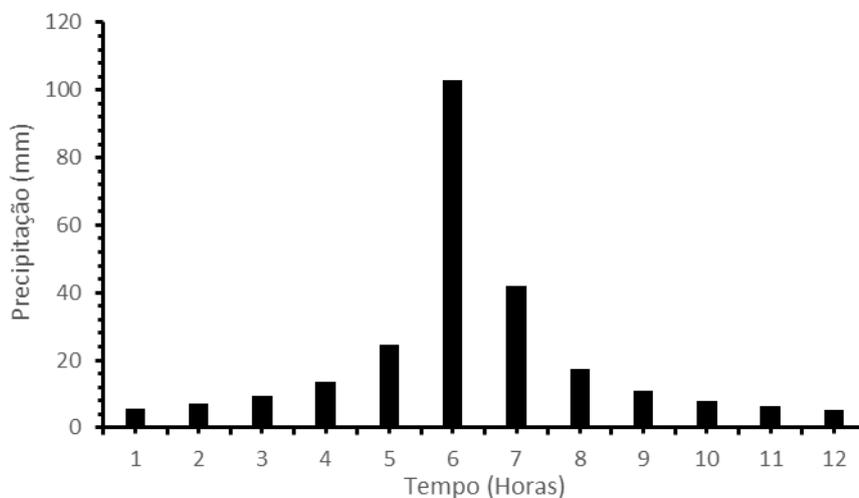


Figura 16 – Hietograma para a Ribeira Brava (cheia centenária)

Os hidrogramas de caudais líquidos, para efeito do cálculo do caudal sólido a impor posteriormente, foram obtidos pelo modelo STAV2D, tendo a precipitação sido considerada como fonte de massa pontual sobre as sub-bacias que contribuem para o trecho regularizado. Considera-se que o solo está plenamente saturado e que não ocorrem perdas significativas por evapotranspiração, de modo a majorar o caudal sólido a ser considerado.

Foram adotadas duas sub-bacias: Q1, correspondendo ao trecho de montante da Ribeira Brava e definida pela secção da confluência com a Ribeira da Ameixieira (Figura 17) e Q2, definida pela secção terminal do Trecho II da regularização da Ribeira Brava (Figura 17).

O processo de geração de caudais líquidos gera ainda um hidrograma de caudais sólidos. Para o efeito, considera-se a distribuição de escorregamentos de encosta mostrada na Figura 17. Admite-se que os escorregamentos ocorrem quando se regista o pico do hietograma. Pode ainda ocorrer erosão superficial nas encostas das bacias, por ação da película de escoamento superficial, bem como deposição de parte do material sólido que foi libertado nos deslizamentos de terra (especialmente em depressões do terreno). Às secções de referência chega, então, um volume de água e de material sólido cuja distribuição temporal configura os hidrogramas de caudais totais usados nas simulações do comportamento hidráulico da Ribeira Brava.

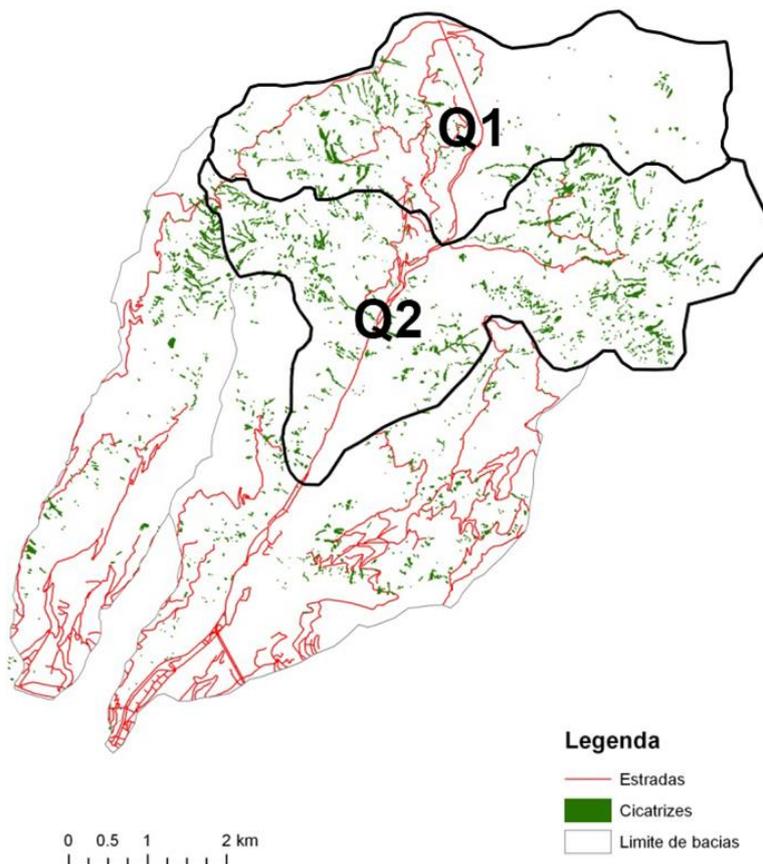


Figura 17 – Bacias hidrográficas e zonas de escorregamento de encostas (cicatriz) usadas para o cálculo dos hidrogramas de caudais líquidos e sólidos usados nas simulações do comportamento hidráulico do trecho regularizado da Ribeira Brava com o modelo STAV2D.

Os hidrogramas de caudais totais assim obtidos mostram-se na Figura 18. O caudal Q1 é introduzido na secção mais a montante da trecho regularizado da Ribeira Brava. O caudal Q2 é introduzido na secção da confluência com a Ribeira da Ameixieira (Secção 1+500 do Trecho I, ver Figura 19). O pico do hidrograma Q1 é cerca de $279 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, ligeiramente superior ao caudal simulado por CENOR (2011) no trecho a jusante da confluência com a Ribeira da Achada e a montante da confluência com a Ribeira da Ameixieira ($252 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$). A diferença deve-se essencialmente ao volume de material sólido que aflui à ribeira, havendo uma pequena diferença resultante da dos diferentes métodos de cálculo utilizados para converter precipitação em escoamento. O caudal Q1 é substancialmente superior ao usado por CENOR (2011) no trecho a montante da confluência com a Ribeira da Achada, com 9 m de largura ($176,4 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$). Neste caso, a diferença deve-se essencialmente à discretização em sub-bacias adoptada na verificação.

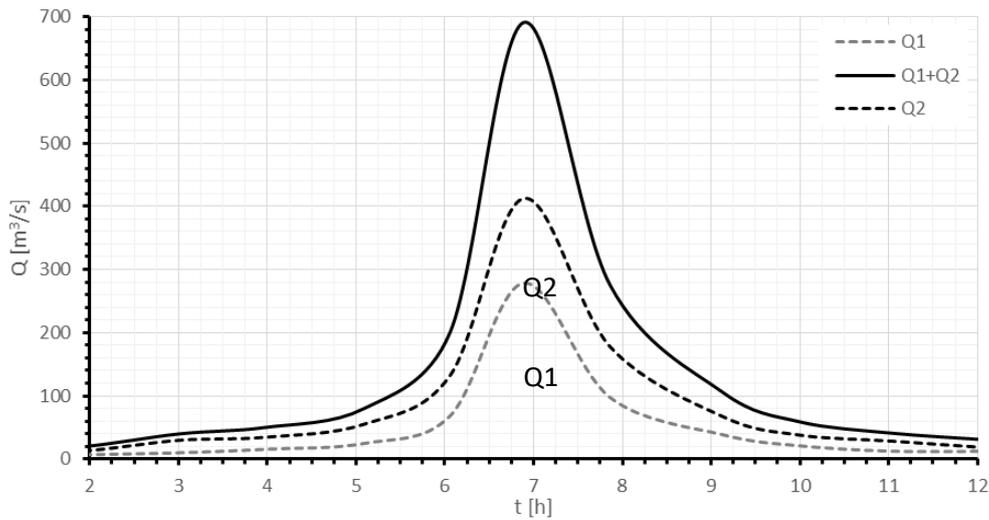


Figura 18 – Hidrograma para a Ribeira Brava (cheia centenária). A linha a cheio representa o caudal na secção final da obra, sendo que a linha a tracejado representa o caudal na secção imediatamente a montante da confluência entre a Ribeira Brava e a Ribeira da Ameixeira.

O pico do hidrograma Q2 é cerca de $413 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$. Os volumes de água e material sólido transportados na Ribeira Brava a jusante da confluência com a Ribeira da Ameixeira são a soma dos volumes correspondentes aos hidrogramas Q1 e Q2. A distribuição espacial de caudais nesse trecho não é, todavia, necessariamente igual a soma dos caudais Q1 e Q2, uma vez que a simulação se processa em regime variável. No entanto, considerando que a ribeira canalizada não tem zonas de acumulação ou mudanças significativas de declive, a soma Q1 + Q2 representa a ordem de grandeza da distribuição de caudais no Ribeira Brava a jusante da confluência com a Ribeira da Ameixeira. O valor de Q1 + Q2 é $691 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, bastante superior ao considerado, para este trecho, por CENOR (2011), $492 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

Neste trecho, a diferença deve-se essencialmente ao volume de material sólido que aflui, não sendo de excluir pequenas diferenças resultantes da dos diferentes métodos de cálculo utilizados para converter precipitação em escoamento.

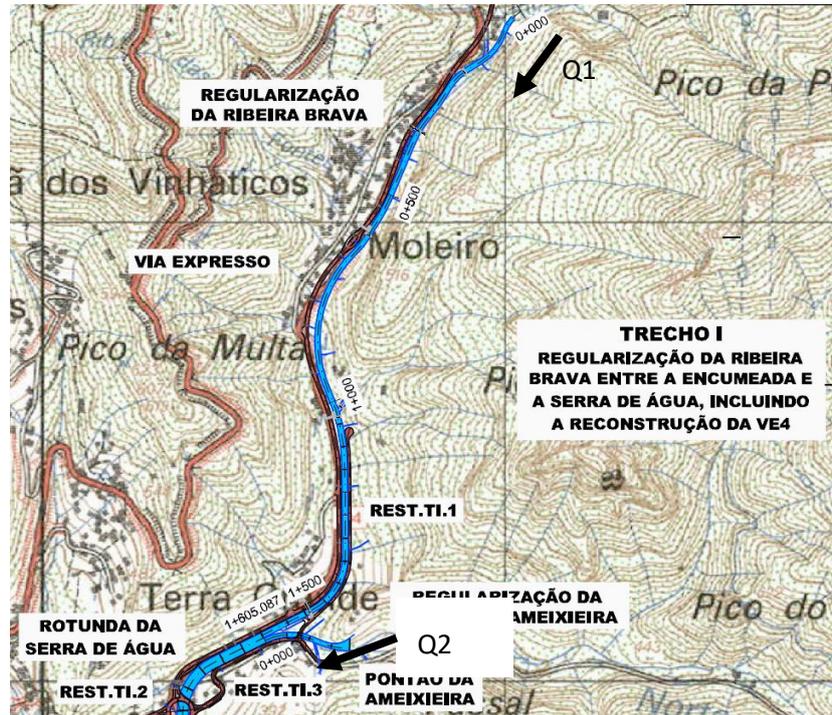


Figura 19 – Fronteiras de entrada para os hidrogramas parciais considerados

Nas simulações na Ribeira Brava, converteram-se as peças desenhadas do projeto de execução de CENOR (2011) para formato SIG (Figura 20), de modo a serem posteriormente importadas para o gerador de malha do STAV2D. Para estas simulações optou-se por uma malha uniforme de 1.5 m.

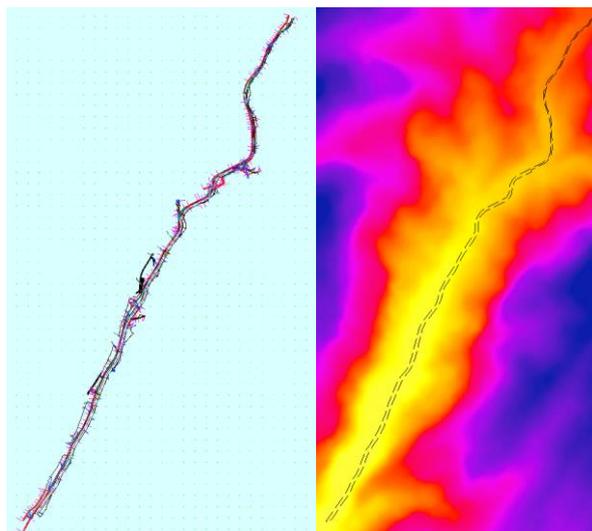


Figura 20 – Desenhos CAD originais, domínio computacional e topografia base (Ribeira Brava)

Os resultados obtidos com estas simulações mostram-se na Figura 21, Figura 22, Figura 23, Figura 24 e Figura 25. É notória a possibilidade da ocorrência de galgamentos pontuais, nomeadamente no “Trecho II” da obra. No trabalho de modelação levado a cabo, estes galgamentos ocorrem devido à existência de zonas de deposição de material sólido durante a fase ascendente do hidrograma, no intervalo [6h,7h], num processo que é muito dependente dos valores do comprimento de adaptação, equação (1.30). Para um intervalo do comprimento de adaptação, Λ , entre [10m, 1000m] verificou-se a existência de galgamentos em zonas sujeitas a ondas oblíquas geradas nas curvas.

O mecanismo geral pode ser descrito da seguinte forma: o material sólido introduzido a montante e o material sólido resultante da erosão generalizada registada no trecho mais a montante (ainda assim limitada pelos degraus implantados no leito regularizado) gera um fluxo elevado de material sólido, sensivelmente a partir do km 1 medido desde a secção inicial do trecho regularizado; em trechos a jusante de curvas ocorre, transitoriamente, deposição em zonas em que a altura do escoamento é localmente maior; a perda de energia do escoamento aumenta localmente, promovendo maior altura do mesmo e deposição acrescida; o processo é cíclico até que a forma de fundo gerada provoque uma obstrução ao escoamento tal que a velocidade seja obrigada a aumentar – nesse instante inicia-se o processo de destruição da forma de fundo. Este processo pode repetir-se noutras zonas do canal e noutros instantes. O galgamento regista-se imediatamente a montante das zonas de acumulação transitória de sedimentos.

Na Figura 21 e na Figura 22 mostram-se, respetivamente, profundidades do escoamento e acumulação de sedimentos no fundo e folga (entendida como a distância vertical entre a cota da superfície livre e do muro) num instante para o qual se registam galgamentos. Regista-se a ocorrência de zonas de transição entre escoamento rápido e lento, associadas a acumulação de sedimentos no fundo.

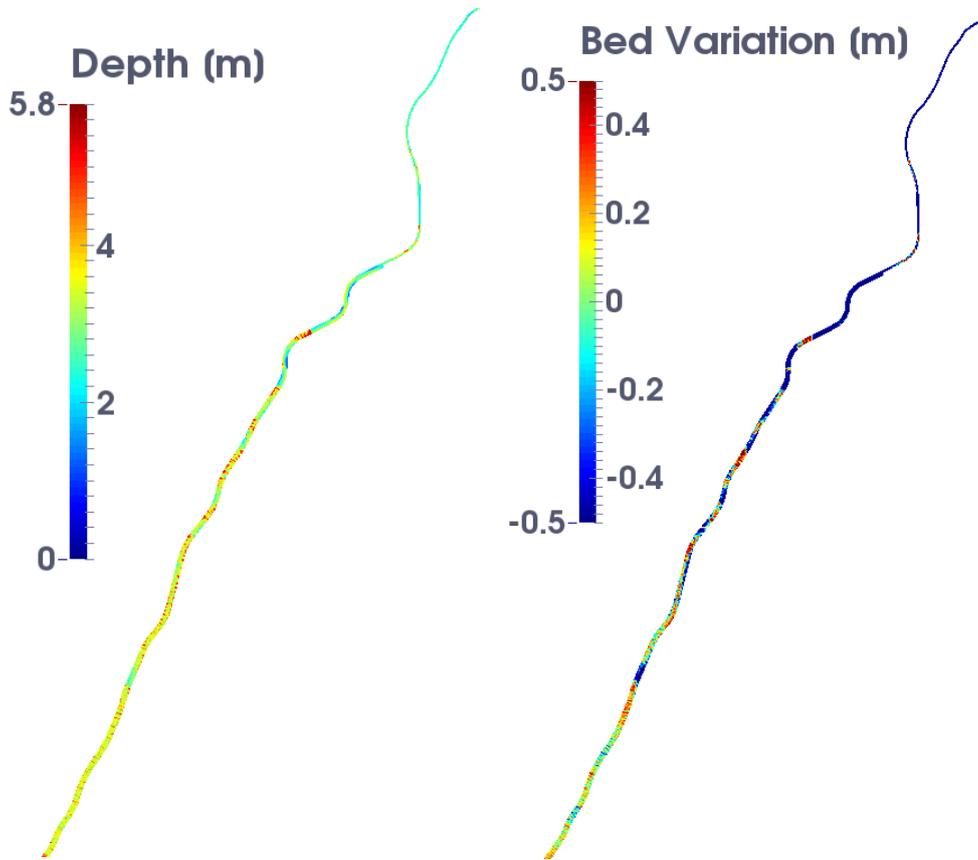


Figura 21 – Mapa de altura de escoamento (esquerda) e variação da cota do leito (direita) (6h30)

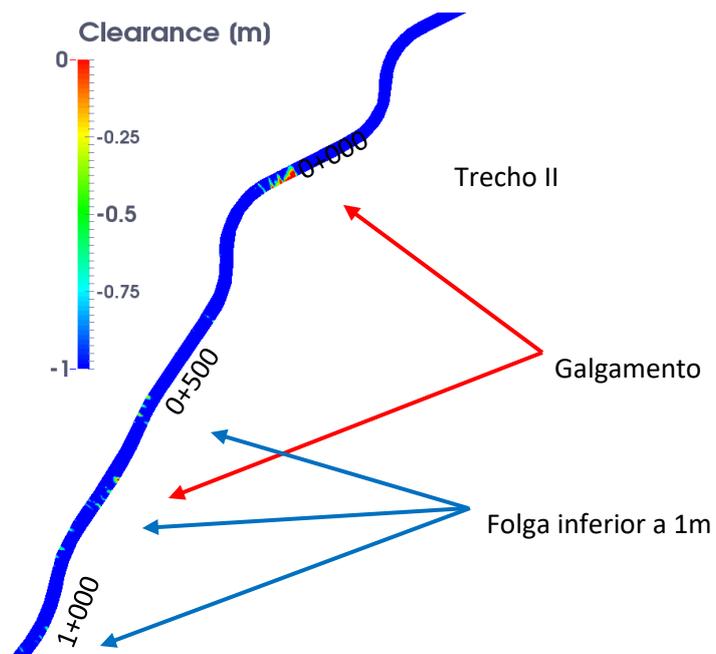


Figura 22 – Diferença entre a cota de coroamento dos muros laterais e a superfície livre (6h30)

A Figura 23 mostra os perfis longitudinais do escoamento no eixo do canal, na margem esquerda e na margem direita para a simulação em que Λ varia no intervalo [10m, 1000m]. Foi feita uma análise de sensibilidade aos valores de Λ , tendo-se verificado que para os intervalos [5m, 500m] e [20m, 2000m] não ocorre galgamento.

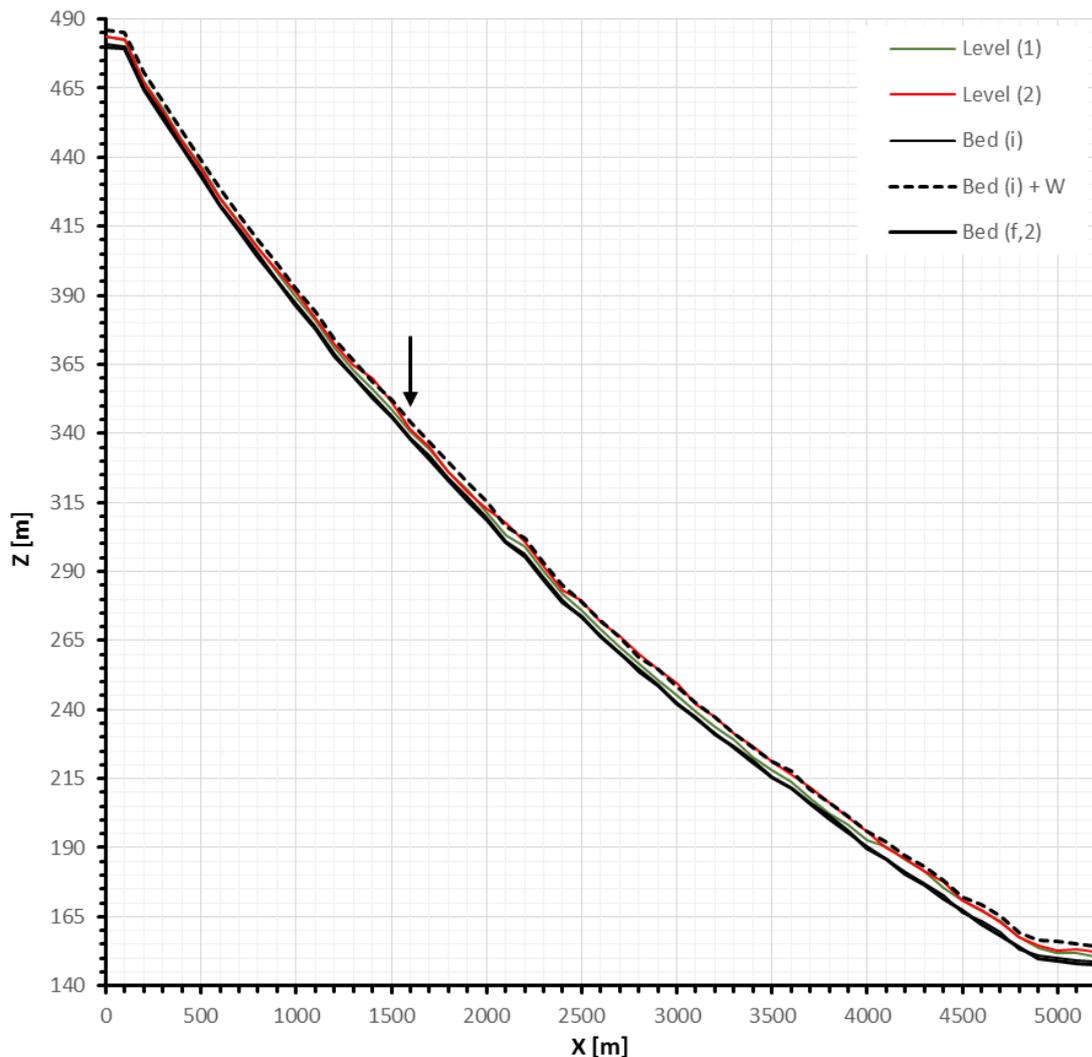


Figura 23 – Perfil longitudinal do trecho da Ribeira Brava sujeito a regularização. Linha negra contínua: fundo; linha negra tracejada: profundidade do escoamento no eixo do canal; linha vermelha: profundidade do escoamento junto à margem direita; linha verde: profundidade do escoamento junto à margem esquerda.

Mostra-se, na Figura 24, os perfis longitudinais da profundidade do escoamento e da altura dos muros para os cenários Λ pertencente a [10m, 1000m] e Λ pertencente a [20m, 2000m]. Nas simulações com Λ pertencente a [20m, 2000m] não ocorrem deposições transitórias significativas de material sólido pelo que não se regista galgamento (Figura 24, topo). Pelo contrário, para a simulação com Λ pertencente a [10m, 1000m], para a qual se registam

condições mais próximas de transporte em equilíbrio, os muros são potencialmente galgados em diversas secções.

Na Figura 25 mostra-se a folga, definida como a diferença entre a cota dos muros e cota do escoamento junto aos muros, sendo valores negativos indicativos de galgamento. Note-se, na simulação, os muros têm altura infinita pelo que os resultados apontam os locais de maior possibilidade de ocorrência de galgamento e não galgamentos de facto.

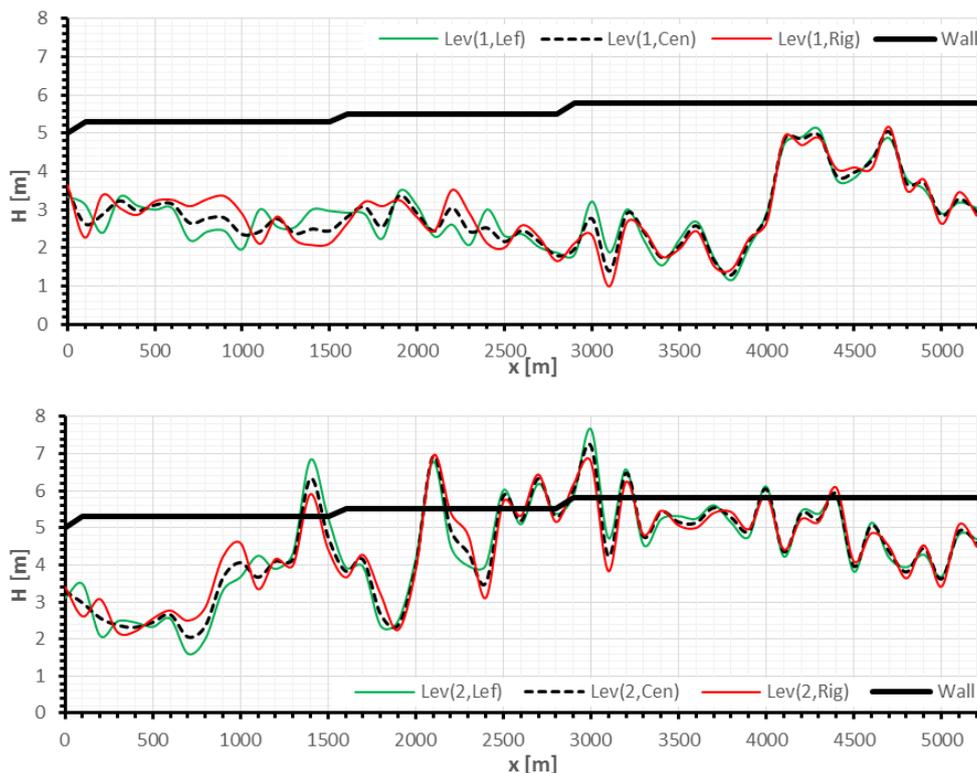


Figura 24 – Envelope de profundidades máximas do escoamento para a Ribeira da Brava (cheia centenária). Topo: simulação com $\Lambda=[20m, 2000m]$. Fundo: simulação com $\Lambda=[10m, 1000m]$.

Na Figura 25 mostra-se ainda o envelope de variação da cota do fundo e a variação média no trecho. É clara a correlação entre as zonas de maior acumulação de material sólido e as zonas em que ocorre galgamento.

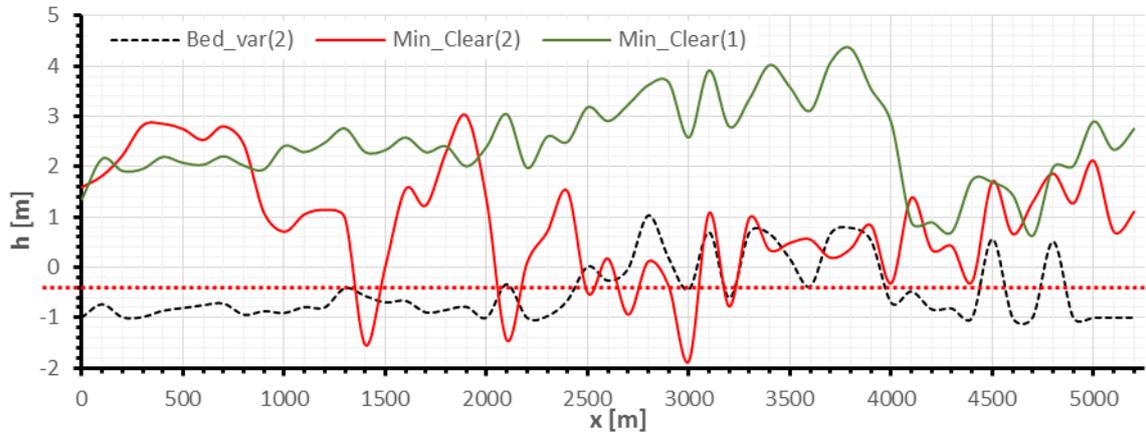


Figura 25 – Folga (diferença entre a cota dos muros e cota do escoamento junto aos muros) e envelope de variação da cota do fundo para a Ribeira da Brava (cheia centenária). Valores negativos indicam galgamento.

4.2 Verificação das obras de regularização na Ribeira da Tabua

A metodologia para a análise de risco na Ribeira da Tabua seguiu uma metodologia em tudo similar à apresentada para a Ribeira Brava. O hietograma imposto é também o apresentado na Figura 16, uma vez que a linha de possibilidade udométrica que lhe serve de referência tem a mesma expressão analítica. À semelhança do efetuado para a Ribeira Brava, o hietograma foi forçado através de fontes pontuais em toda a sub-bacia que drena para a secção terminal da Ribeira da Tabua, representada a cinzento na Figura 26.

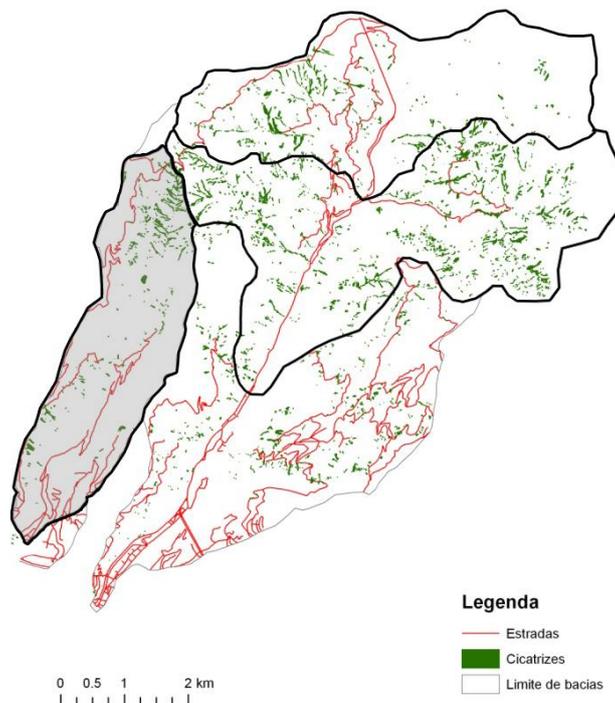


Figura 26 – Bacias hidrográficas da Ribeira da Tabua (cinzento) e da Ribeira Brava.

A simulação para converter precipitações em caudais decorreu nas mesmas condições. Obteve-se o hidrograma constante da Figura 27.

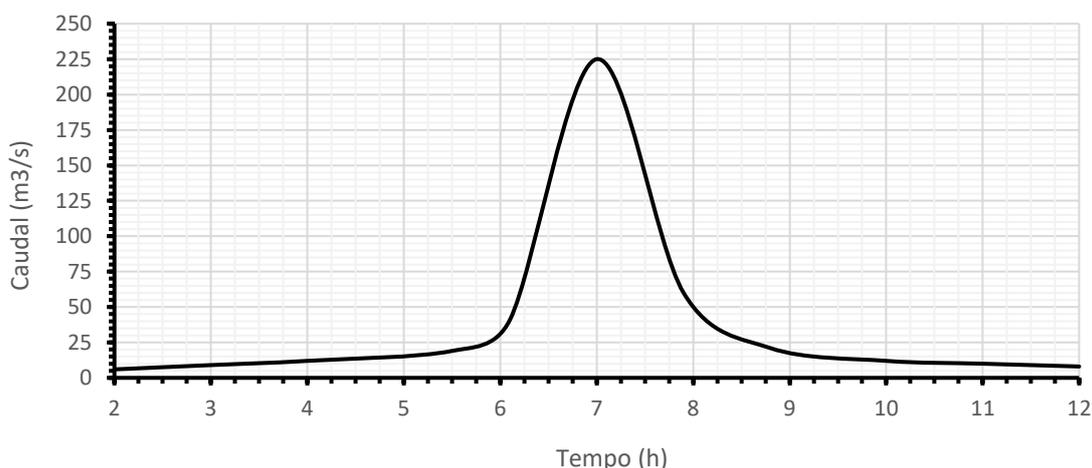


Figura 27 – Hidrograma para a Ribeira da Tabua (cheia centenária)

À semelhança do observado para a Ribeira Brava, o caudal de ponta de 227 m³/s é ligeiramente superior ao estabelecido na memória descritiva CENOR (2011), de 203 m³/s. As diferenças atribuem-se à inclusão de material sólido proveniente dos escorregamentos de encosta (observáveis na Figura 26).

As simulações com o STAV2D foram efetuadas numa malha de 1.5m, com o hidrograma da Figura 27 a ser forçado na secção 0+000 e uma condição de preia-mar (+2.40m em relação ao ZH) na secção terminal 0+975,20.

Os resultados obtidos sugerem que não existem zonas de galgamento em nenhuma secção do canal da ribeira (Figura 28). A Figura 29 mostra os perfis longitudinais das profundidades máximas do escoamento e as máximas variações da cota do fundo. Ainda que se registem algumas zonas de deposição não se registam galgamentos.

A Figura 30 mostra os perfis longitudinais das profundidades máximas do escoamento, no eixo do canal e em ambas as margens, e a máxima variação das cotas do fundo. As variáveis *Level* dizem respeito às cotas máximas da superfície livre para os casos de comprimento de adaptação de [10m, 1000m] e *Bed Var* corresponde à variação da cota do fundo. Regista-se uma tendência generalizada para erosão exceto no trecho terminal da ribeira.

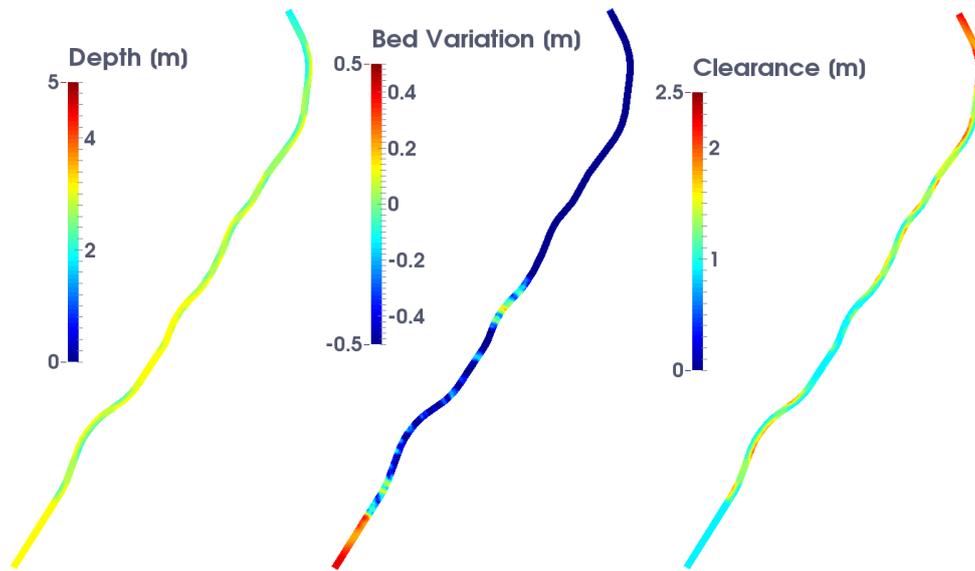


Figura 28 – Mapa de máximos da profundidade do escoamento (esquerda), variação da cota de fundo (centro) e folga da cota da superfície livre ao coroamento do muro lateral (direita).

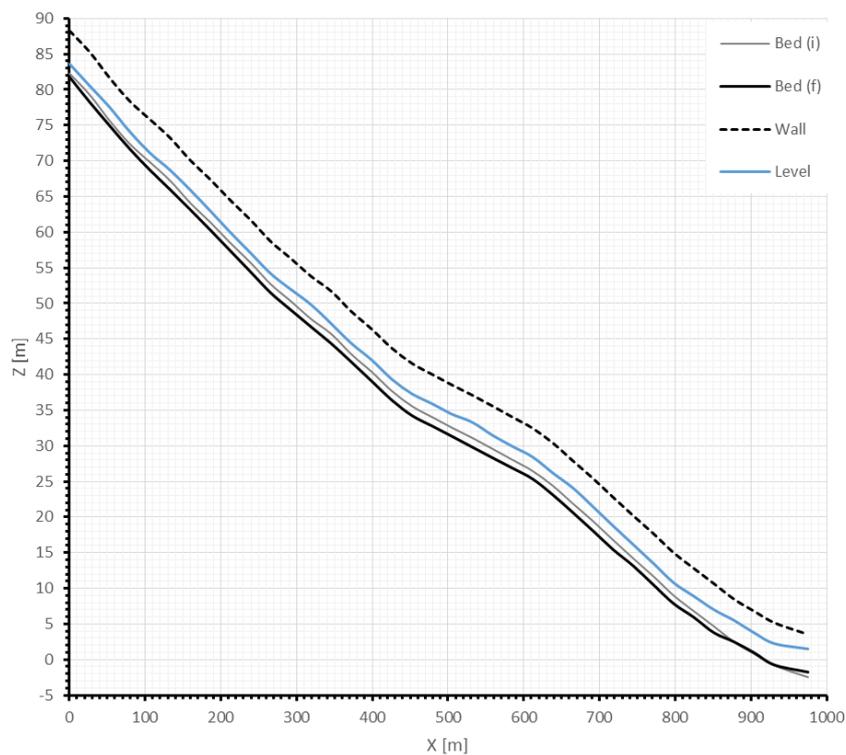


Figura 29 – Envelope de profundidades e variações da cota do fundo máximas para a Ribeira da Tabua (cheia centenária).

Na Figura 30 a variável *Clear* representa a folga entre a altura do escoamento e a altura dos muros (*Wall*). Verifica-se que a folga é sempre superior a 2 metros.

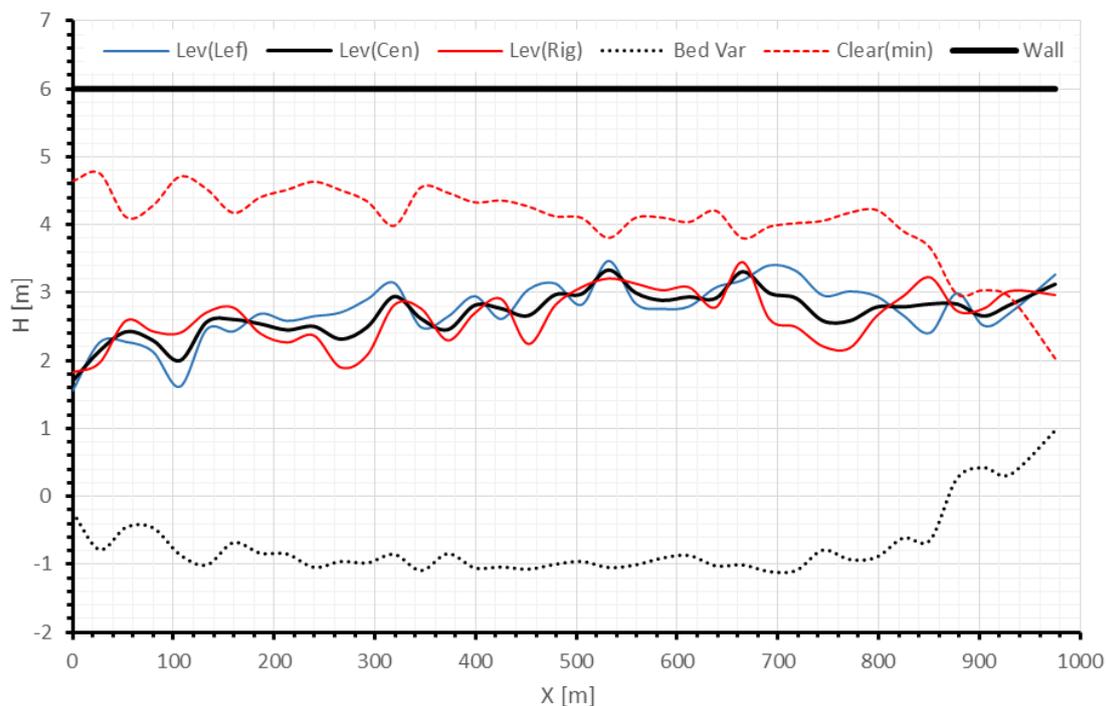


Figura 30 – Envelope de profundidades máximas do escoamento e variações máximas da cota do fundo para a Ribeira da Tabua (cheia centenária)

5 Metodologia para avaliação da severidade de aluviões nas bacias hidrográficas do Funchal e Machico

5.1 Introdução

A avaliação da severidade de aluviões por intermédio de ferramentas de simulação matemática requer: i) a definição do período de retorno da precipitação que desencadeia a aluvião; ii) a determinação dos hietogramas correspondentes e a sua distribuição espacial iii) a quantificação da magnitude e a correspondente distribuição espacial das instabilizações geotécnicas de material sólido nas encostas, iv) a simulação da propagação da mistura de água e material sólido que resulta da precipitação útil do material sólido proveniente das encostas e a eventual interação do escoamento com o leito móvel das ribeiras e v) a definição das zonas de elevada severidade, com base em critérios previamente definidos.

Aplica-se esta metodologia às ribeiras do Funchal (São João, Santa Luzia e João Gomes) e para a ribeira do Machico. Quanto ao passo i), considera-se o período de retorno de 100 anos. Com base nos valores das precipitações diárias máximas anuais publicadas no Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da Madeira - Fase 2, (IST, ADIST, UM 2015) e utilizando os quocientes medianos dos ratios sub-diários referentes às durações de 1h, 3h, 6h, 12h e 24h nas estações correspondentes a cada sub-bacia das zonas em estudo, foram derivados os respetivos hietogramas (passo ii).

A magnitude da produção de sedimentos por instabilização geotécnica nas encostas e a distribuição espacial das zonas sujeitas a instabilização (passo iii) constitui uma fonte relevante de incerteza. Na ausência de critérios baseados em parametrizações universais recomenda-se que sejam utilizadas as manchas de instabilização e os respetivos volumes determinados em EARAM para o evento de 20 de fevereiro de 2010.

O passo iv) da metodologia proposta corresponde à simulação matemática propriamente dita. Utilizou-se o modelo bidimensional em planta (2D) STAV2D, descrito na secção 3. O modelo propaga misturas de água e sedimentos se o leito for móvel e composto por sedimentos suscetíveis de serem incorporados no escoamento ou se forem introduzidos sedimentos nas fronteiras abertas. Neste caso, a modelação é feita à escala da bacia hidrográfica, pelo que não há fronteiras abertas. As condições iniciais compreendem leito móvel exceto nos trechos regularizados do Funchal e Machico. Os hietogramas são transformados em séries temporais de volumes de água em cada célula de cálculo. No instante correspondente ao pico dos hietogramas é libertado o volume de material sólido correspondente à instabilização geotécnica nas encostas. Despreza-se a produção de sedimentos nas encostas devido ao impacte das gotas de água no solo. O material sólido depositado nas ribeiras pela aluvião anterior pode ser remobilizado pela aluvião seguinte. Esta característica é plenamente descrita pelo modelo STAV2D, bastando especificar a espessura e granulometria do material aluvionar nos leitos das ribeiras.

Para quantificar a severidade, no passo v), utiliza-se o critério de instabilização de pessoas sujeitas à acção de escoamentos, descrita em Karvonen et al. (2000) e Conde et al. (2015).

De seguida mostram-se os resultados da aplicação desta metodologia às ribeiras do Funchal e à Ribeira do Machico.

5.2 Simulações nas Ribeiras do Funchal

As bacias das Ribeiras de S. João, Santa Luzia e João Gomes compõem o domínio para as simulações das ribeiras do Funchal, apresentando uma área total de aproximadamente 40 km², com um declive médio de 55% e um tempo de concentração $t_c=0.6$ h. A Figura 31 apresenta o domínio computacional, correspondente às bacias das Ribeiras de S. João, Santa Luzia e João Gomes.

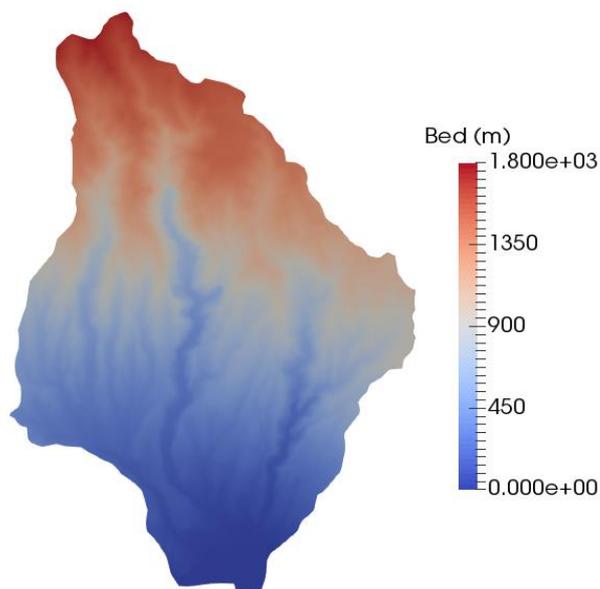


Figura 31 - Domínio das ribeiras do Funchal

Devido à presença de estruturas no MDT que serviu de elemento de base, o troço regularizado foi manualmente corrigido de modo a reproduzir as condições do terreno. O domínio foi discretizado com uma resolução de 1.5 m ao longo do troço regularizado e com uma resolução de até 30 m nas restantes zonas, resultando em aproximadamente 550000 células de cálculo.

As simulações realizadas para a marcação da área afetada por uma cheia centenária tiveram como parâmetros de entrada os hietogramas de várias sub-bacias, como definidas no relatório IST, UA e LREC (2010). Não existindo um modelo de evapotranspiração, foi assumido um valor típico de 20% de perdas, produzindo os hietogramas eficazes da Figura 32, da Figura 33 e da Figura 34.

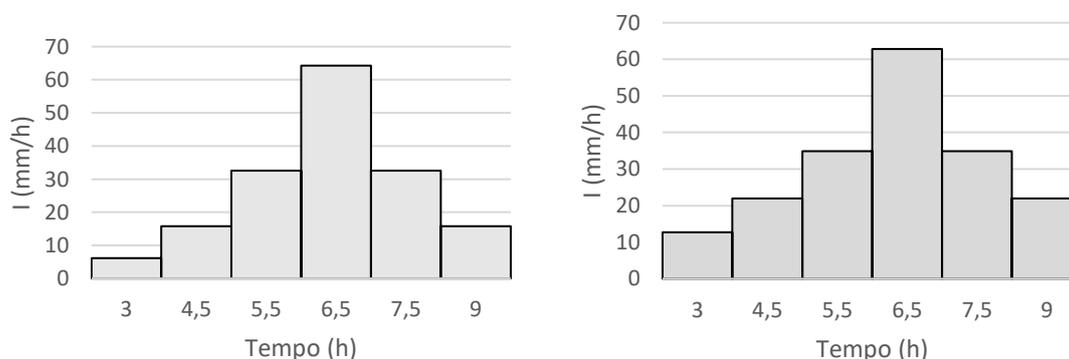


Figura 32 - Hietogramas na bacia da Ribeira de S. João. Sub-bacia de montante (Esquerda), sub-bacia de jusante (Direita).

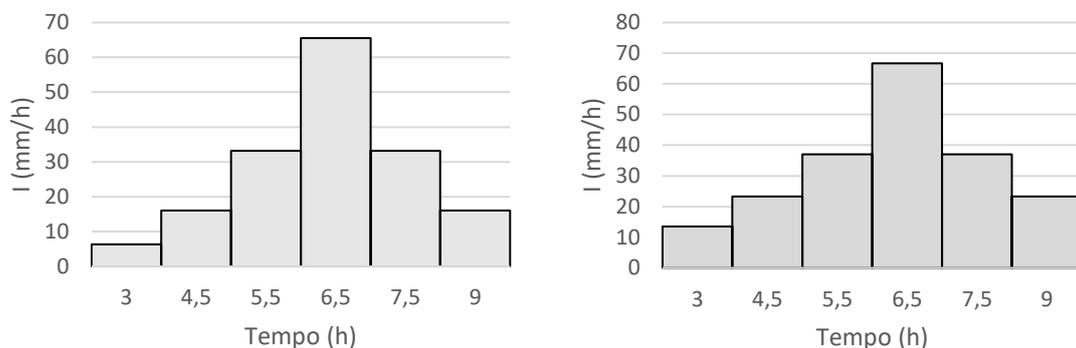


Figura 33 - Hietogramas na bacia da Ribeira de Sta. Luzia. Sub-bacia de montante (Esquerda), sub-bacia de jusante (Direita).

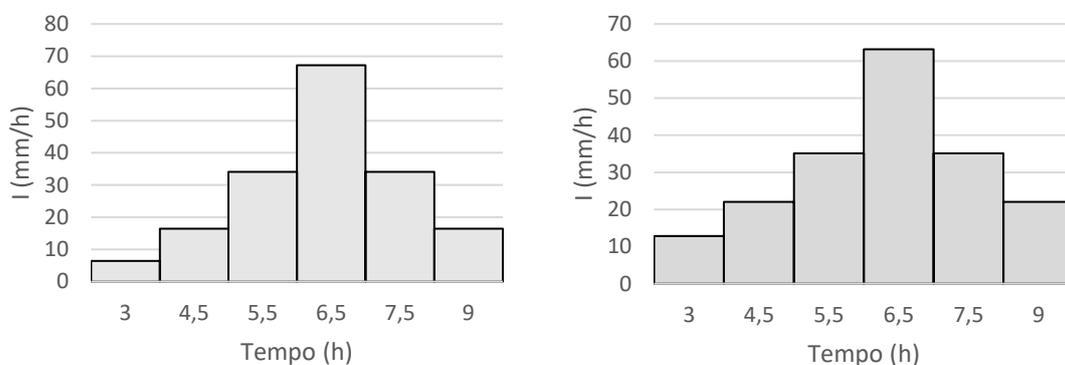


Figura 34 -- Hietogramas na bacia da Ribeira de João Gomes. Sub-bacia de montante (Esquerda), sub-bacia de jusante (Direita).

De modo a considerar a mobilização de material das encostas devido a instabilização geotécnica considerou-se a estimativa de volumes de erosão por instabilização geotécnica descrito no relatório publicado pelo IST, UA e LREC (2010), referentes ao evento de 20 de fevereiro de 2010. A distribuição espacial das áreas sujeitas a instabilização apresenta-se na Figura 35. Admite-se que os escorregamentos ocorrem quando se regista o pico do hietograma. Pode ainda ocorrer erosão superficial nas encostas da bacia, por ação do escoamento superficial, bem como deposição de parte do material sólido que foi libertado nos deslizamentos de terra (especialmente em depressões do terreno). À secções de referência chega, então, um volume de água e de material sólido cuja distribuição temporal configura os hidrogramas de caudais totais usados nas simulações do comportamento hidráulico das Ribeiras do Funchal.

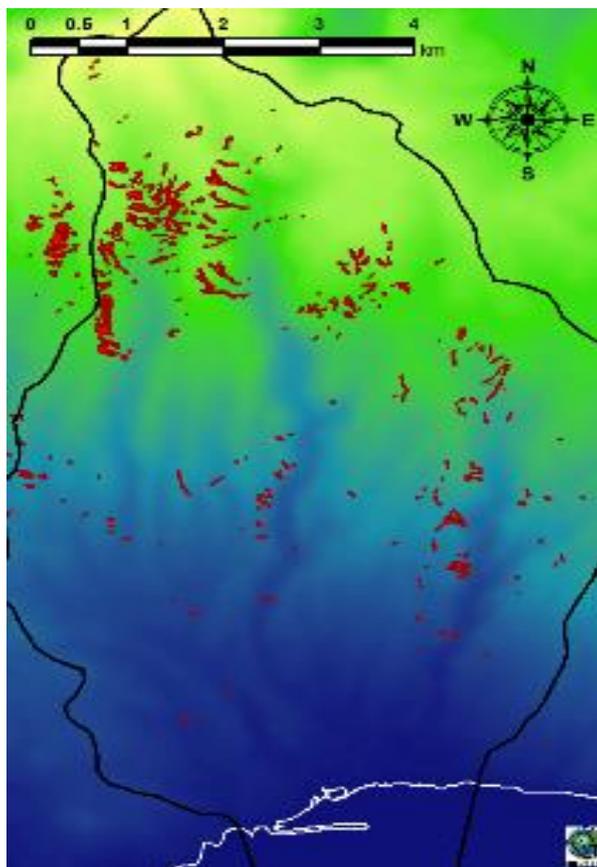


Figura 35 - Distribuição das áreas sujeitas a instabilização geotécnica nas bacias hidrográficas das ribeiras do Funchal (regiões a vermelho).

Foram desenhados dois cenários, correspondendo aos casos sem (Cenário 1) e com deslizamentos e transporte sólido (Cenário 2), havendo assim a possibilidade de comparação com o cenário hidráulico sem considerações de transporte sólido de projeto. Na secção da foz de cada ribeira pode calcular-se o hidrograma, resultando nos caudais de ponta de cheia apresentados no Quadro 2. Os hidrogramas na foz de cada ribeira estão traçados na Figura 36, na Figura 37 e na Figura 38.

Quadro 2 - Caudais de ponta de cheia, ribeiras do Funchal

Ribeira	Cenário 1 Caudal (m ³ s ⁻¹)	Cenário2 Caudal (m ³ s ⁻¹)
São João	300	1100
Sta. Luzia	260	630
João Gomes	160	250

É notório o aumento do caudal de ponta de cheia para o Cenário 2, correspondente a condições de transporte sólido nas ribeiras, resultantes da mobilidade do fundo e do transporte do volume de sedimentos resultante dos episódios de instabilização geotécnica. O modelo utiliza, neste caso, sistema completo de equações de conservação, incluindo a conservação da massa do material sólido e a inércia adicional associada ao transporte de sólidos na equação de conservação da quantidade de movimento (ver equações (1.7) a (1.10)).

O aumento do caudal de ponta de cheia observável nas Figura 36, Figura 37 e Figura 38 não se deve apenas ao volume de material sólido inerente à aluvião. Trata-se de um aumento inerente aos escoamentos bifásicos (misturas de água e sedimentos) expresso frequentemente pela relação

$$Q_{dp} = c_b Q_{wp}, \quad (1.55)$$

em que Q_{dp} é o caudal de ponta de cheia para um escoamento de aluvião, c_b é um coeficiente de caudal e Q_{wp} é o caudal de ponta de cheia para água limpa. Segundo Chen e Chuang (2014) c_b varia entre 5 e 40, dependendo da concentração de sólidos e das condições locais do evento. Rickenman (2016) refere que o valor de c_b para declives elevados (da ordem de 15%) pode variar entre 10 e 100. Todavia, o aumento do caudal é pronunciado apenas quando a aluvião se propaga como um “*stony debris-flow*”, representado na Figura 1. O fenómeno pode parcialmente explicar-se por efeitos inerciais - acumulação de água e sedimentos na frente de onda que se propaga com maior altura e quantidade de movimento que no caso de água limpa. Adicionalmente, contribui para este aumento de caudal a redução da resistência ao escoamento. Iverson et al. (2011) propõe que o aumento da pressão intersticial, com a consequente diminuição da resistência do tipo friccional (ver discussão da equação (1.1)), pode contribuir para um aumento mais pronunciado do caudal de ponta da aluvião na fase “*stony debris flow*”. No STAV2D, este último efeito não está contemplado pelo que os picos dos hidrogramas podem ser subestimados. No entanto, a redução da resistência ao escoamento decorre também da perda de importância das formas de fundo face à espessura da camada de transporte, especialmente na fase de “*sheet-flow*” ou “*immature debris flow*” (Sumer et al. 1996; Takahashi 2007).

Nas bacias hidrográficas da Madeira, a propagação de aluviões como ondas de frente abrupta ocorre apenas nos trechos de montante das ribeiras. Na região mais a jusante das ribeiras, a aluvião propaga-se como um “*immature debris flow*” (Takahashi 2007, Figura 2). Nesse caso não existem efeitos associados à acumulação de pressão intersticial. O pico acentuado que ocorre nas simulações do Cenário 2 pode ser explicado pela redução da rugosidade aparente do fundo resultante do transporte intenso de sedimentos e pelo efeito remanescente da acumulação do escoamento numa frente de onda abrupta, já atenuado na fase de “*immature debris flow*”. Considera-se, assim, que são realistas os hidrogramas nas secções finais das ribeiras, mostrados nas Figura 36, Figura 37 e Figura 38, que configuram valores de c_b entre 1,5 e 3.

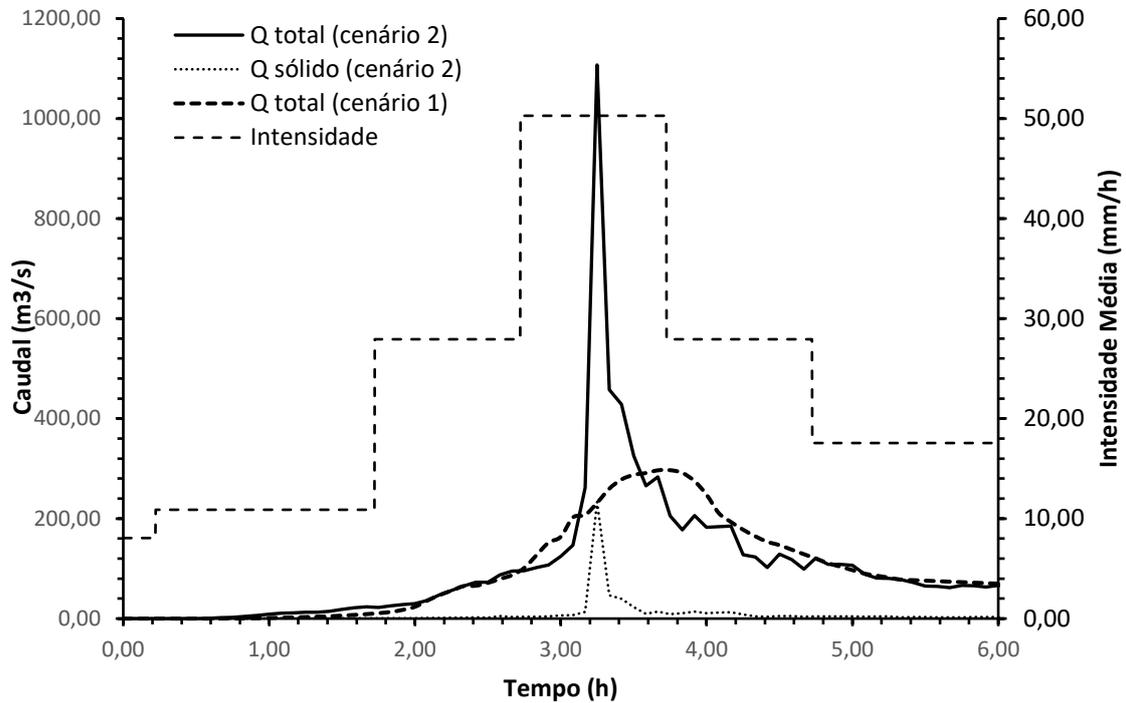


Figura 36 - Hidrograma, Ribeira de São João. Caudal Cenário 1, caudais total e sólido Cenário 2 e intensidade média da precipitação na bacia.

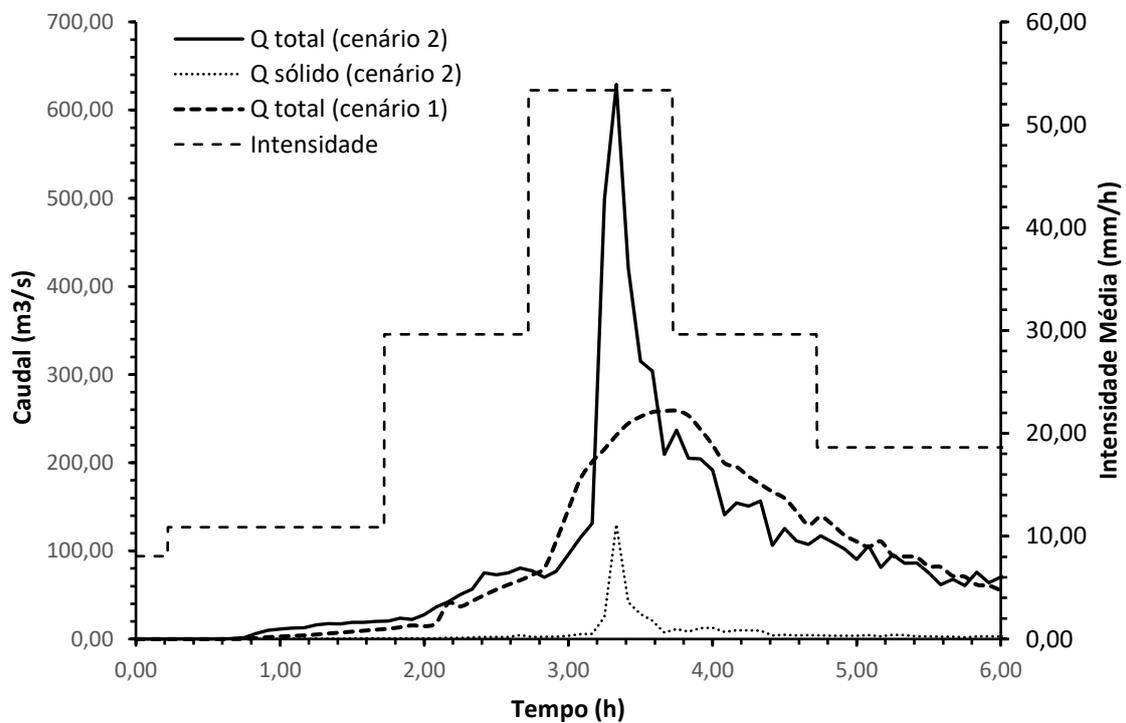


Figura 37- Hidrograma, Ribeira de Sta. Luzia. Caudal Cenário 1, caudais total e sólido Cenário 2 e intensidade média da precipitação na bacia.

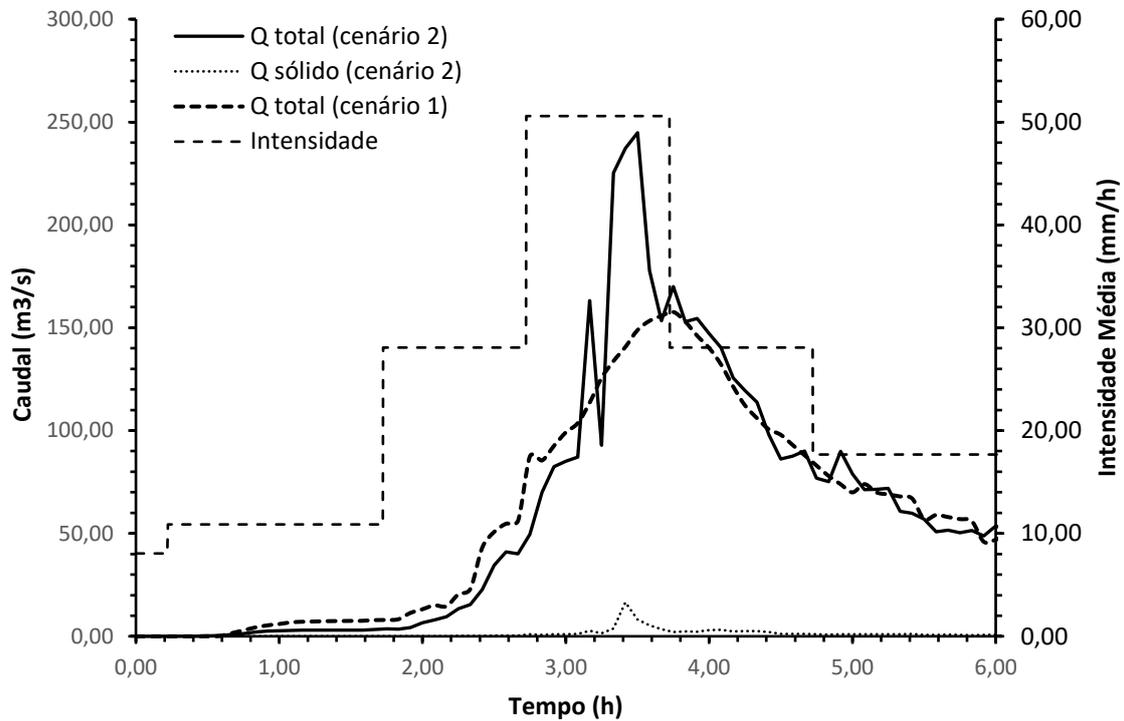


Figura 38- Hidrograma, Ribeira de João Gomes. Caudal Cenário 1, caudais total e sólido Cenário 2 e intensidade média da precipitação na bacia.

Para despistar possíveis erros numéricos conducentes à não conservação da massa e, logo, ao aumento do caudal da mistura, verificou-se a conservação da massa de líquido e da massa de sólidos. Na Figura 39 podem observar-se os caudais líquidos acumulados para a ribeira de João Gomes. O volume é idêntico, mas a distribuição temporal é diferente, expressando a influência dos sólidos transportados. Constata-se, assim, que o aumento de caudal verificado nos hidrogramas do Cenário 2 não decorre de erros de cariz numérico.

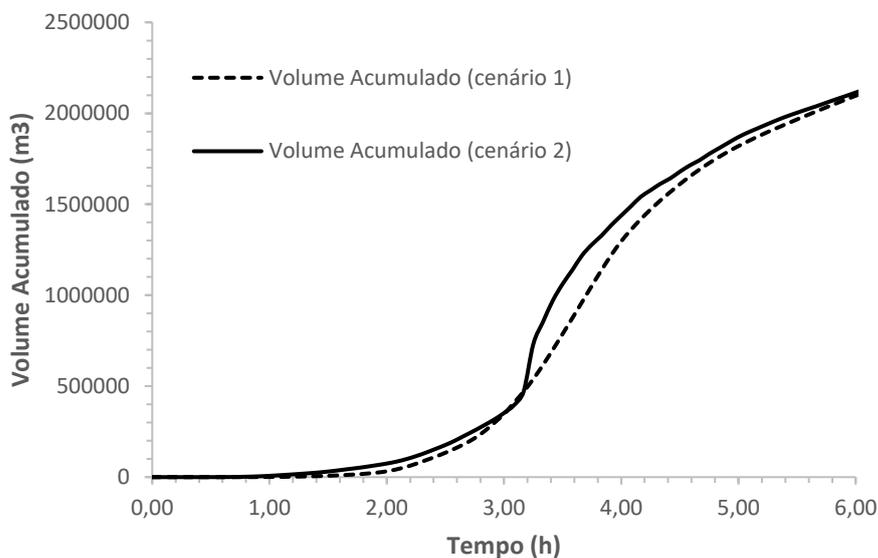


Figura 39 - Caudais Líquidos acumulados, Ribeira de São João.

Procurou-se também verificar a consistência entre os valores dos caudais de ponta de cheia obtidos no Cenário 1 deste estudo e os obtidos em EARAM (2015). Os valores correspondentes medidos na secção final de cada ribeira, podem consultar-se no Quadro 3. Constatou-se que os caudais obtidos pelo modelo STAV2D, para as condições do Cenário 1, são da mesma ordem de grandeza que os obtidos pelo modelo hidrológico utilizado em EARAM (2015). Conclui-se, assim, que o modelo STAV2D funciona eficazmente como modelo hidrológico nas condições de precipitação e geometria das Ribeiras do Funchal.

Quadro 3 – Comparação de caudais de ponta de cheia, ribeiras do Funchal

Ribeira	EARAM 2015 (Caetano, et al. 2016) – água limpa	Cenário 1 – água limpa
São João	280	300
Sta. Luzia	264	260
João Gomes	172	160

A extensão da cheia para os dois cenários pode ser comparada na Figura 40, onde a cor vermelha corresponde a profundidades do escoamento superiores a $h = 1.0$ m.

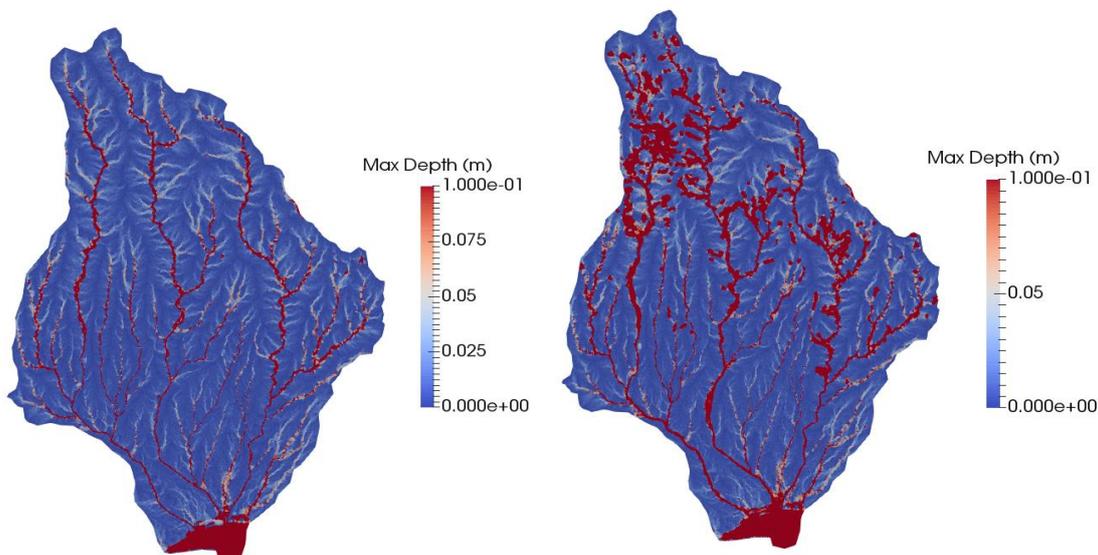


Figura 40 - Extensão da cheia nas ribeiras do Funchal. Cenário 1, sem transporte sólido (esquerda); Cenário 2, com transporte sólido (direita). Alturas do escoamento identificadas a vermelho são superiores a 1.0 m

É patente a diferença nos troços superiores das bacias, onde os deslizamentos marcam fortemente a dinâmica do escoamento, acabando por colocar grandes áreas em risco. No entanto, nas secções de jusante a diferença é também acentuada. As ribeiras apresentam uma secção molhada muito superior, compatível com o caudal de ponta de cheia das aluviões. O detalhe das zonas de jusante pode ser visto na Figura 41 e na Figura 42.

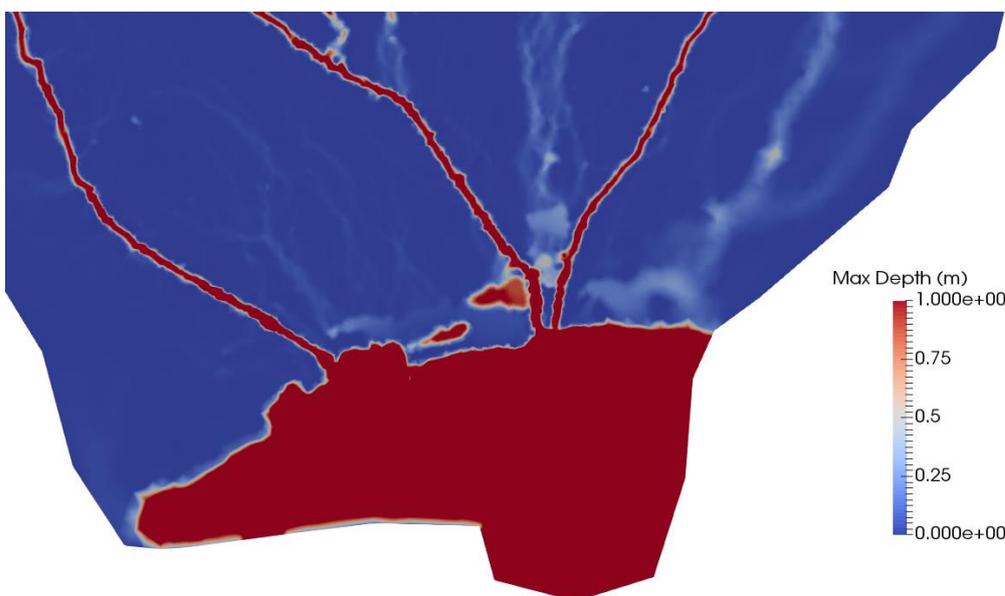


Figura 41 - Extensão da cheia nas ribeiras do Funchal, detalhe. Sem transporte sólido (Cenário 1). Alturas do escoamento identificadas a vermelho são superiores a 1.0 m

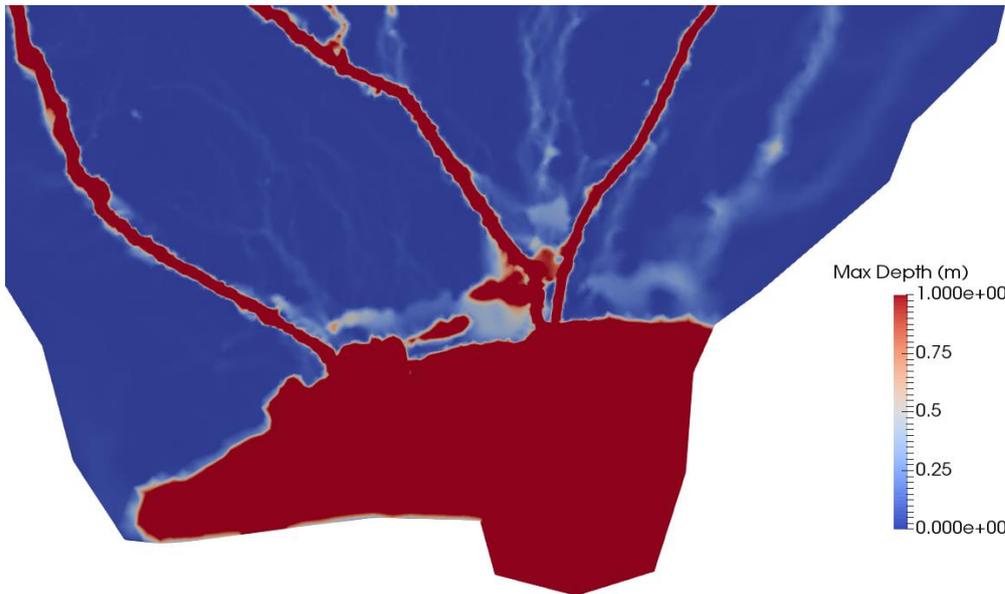


Figura 42 - Extensão da cheia nas ribeiras do Funchal, detalhe. Com transporte sólido (Cenário 2). Alturas do escoamento identificadas a vermelho são superiores a 1.0 m

A secção das ribeiras é consideravelmente ampliada para o caso com transporte e deslizamentos, sendo a inundação na zona do Funchal também superior.

Aplicando o critério de severidade utilizado por Karvonen et al. (2008) e Conde et al. (2015), a Figura 43 expõe a distribui o da probabilidade associada ao arrastamento pelo escoamento de uma pessoa em boas condi es físicas.

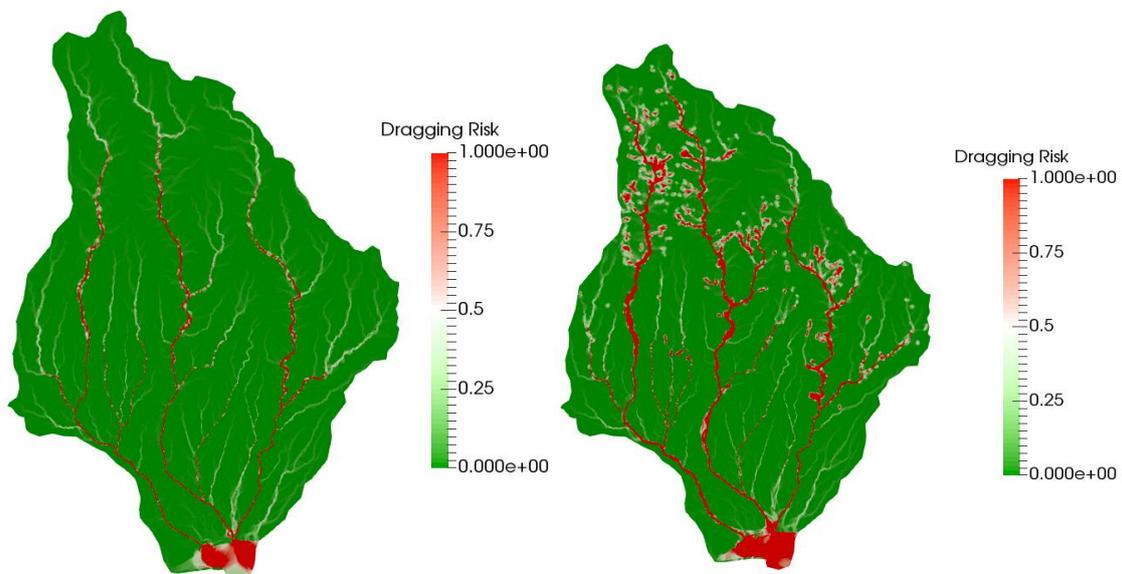


Figura 43 - Critério de arrastamento. Probabilidade de arrastamento de uma pessoa em boas condi es físicas. Esquerda: simula o de água limpa (Cenário 1). Direita: simula o da aluvião (Cenário 2)

A Figura 43 mostra que a severidade da aluvião nas ribeiras que afluem ao Funchal é significativamente superior à de uma cheia de água limpa com o mesmo volume transportado de água.

Mostra-se na Figura 44, na Figura 45 e na Figura 46, a comparação entre a envolvente máxima da extensão da inundação obtida no Cenário 2 deste estudo (aluvião - propaga o de água e de material sólido) e a extensão da inunda o obtida no estudo Municipia (2016). Esta compara o   legítima, mas carece de interpreta o cuidada na medida em que as metodologias de cálculo são muito diferentes. Identificam-se, no Quadro 4, as principais diferenças entre estas metodologias.

Quadro 4 – Principais diferenças quanto às metodologias de cálculo do estudo Municipia (2016) e do presente estudo, Cenário 2.

	Municipia (2016)	Cenário 2, presente estudo
Tipo de modelo de simula�o	Unidimensional	Bi-dimensional em planta
Regime de escoamento	Escoamento permanente (curva de regolfo a caudal constante)	Escoamento variável
Condi�es de fronteira hidrodinâmicas	Caudal constante, igual ao caudal de ponta de cheia gerada em bacias não erodíveis, introduzido na sec�o de defini�o da sub-bacia hidrográfica de um número limitado de linhas de �gua.	Precipita�o transformada em escoamento na totalidade bacia compreendendo, simultaneamente, a gera�o dos volumes de sedimentos que integram as aluviões.
Tipo de leito, influência do transporte sólido.	Leito fixo, água limpa. Influência do transporte sólido por intermédio de sobreleva�es do fundo <i>ah hoc</i> em algumas sec�es.	Leito móvel nos trechos não regularizados e nas encostas. Intera�es dinâmicas leito-escoamento. Escoamento bi-físico de água e sedimentos.
Tipo de dados batimétricos altimétricos	Sec�es transversais provenientes de levantamentos	DEM corrigido para incluir a geometria das ribeiras regularizadas.

Na Figura 44 comparam-se as extensões de inunda o na bacia da Ribeira de São João. Verifica-se que, em geral, a inunda o prevista neste estudo   mais extensa que a obtida em Municipia (2016), o que se justifica pelo caudal de ponta mais elevado e pelas altera es morfológicas resultantes do transporte sólido. Nas zonas urbanas da Baixa do Funchal a diferença  

significativa. Note-se ainda que há linhas de água não estudadas em Municipia (2016) onde podem ocorrer inundações significativas.

Na Ribeira de Santa Luzia (Figura 45) registam-se também diferenças significativas entre a envolvente máxima calculada no Cenário 2 e a inundação calculada por Municipia (2016). Na Ribeira de João Gomes (Figura 46) as diferenças são ainda perceptíveis mas menos relevantes na zona urbana na baixa do Funchal. Nesta bacia, o volume de material sólido gerado nas encostas, relativamente ao volume de escoamento líquido, é inferior ao das restantes ribeiras. Como consequência, o coeficiente C_b desta ribeira (equação (1.55) e Figura 38) é o mais reduzido das ribeiras do Funchal, o que justifica a menor extensão da envolvente de inundação máxima calculada neste estudo, em algumas zonas menor que a extensão da inundação calculada em Municipia (2016). No entanto, note-se que há linhas de água não estudadas em Municipia (2016) sujeitas a inundações relevantes.

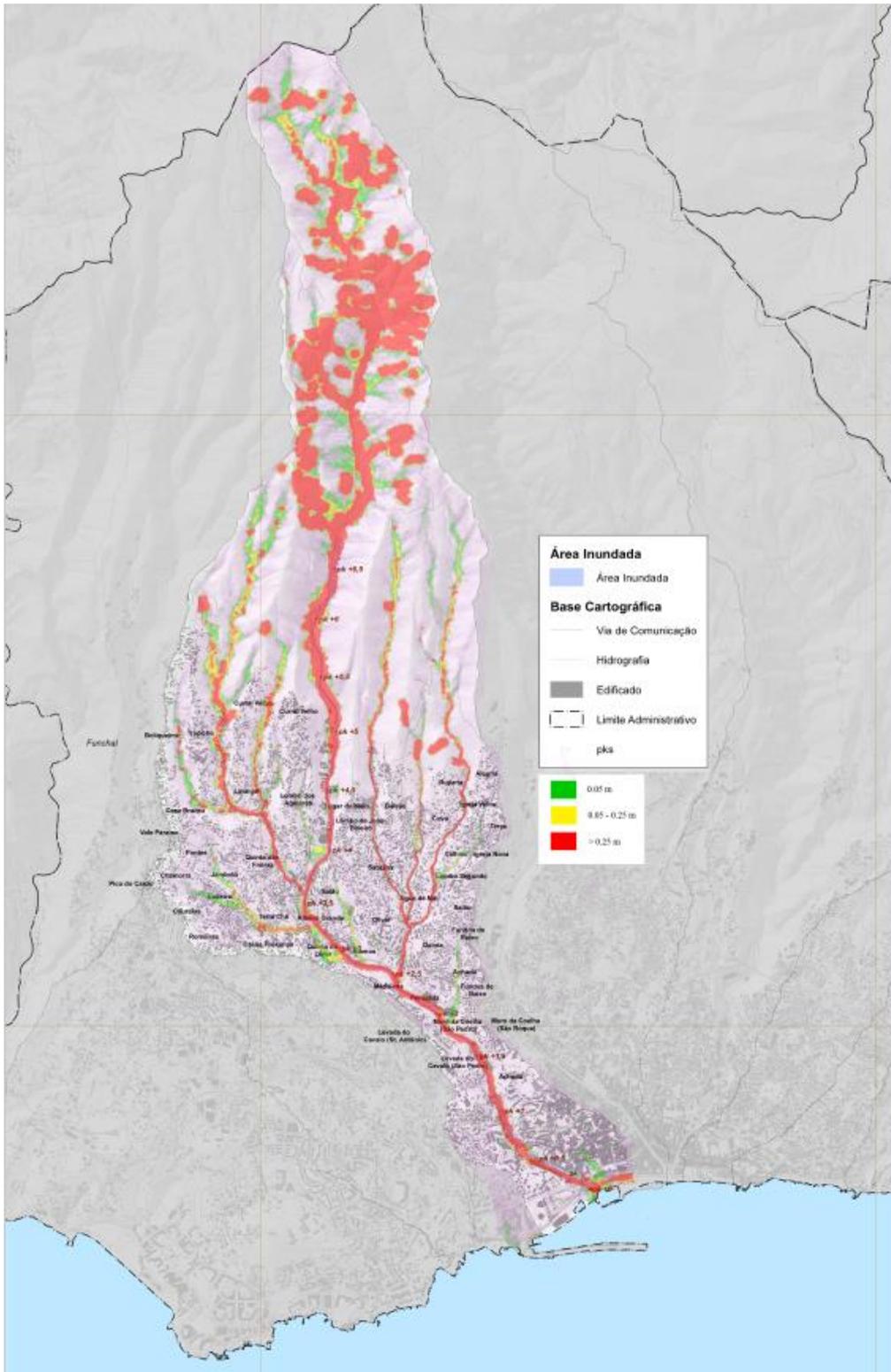


Figura 44 – Comparação da extensão máxima da inundação calculada neste estudo e a extensão da inundação correspondente ao estudo Municipal (2016). Bacia hidrográfica da Ribeira de São João

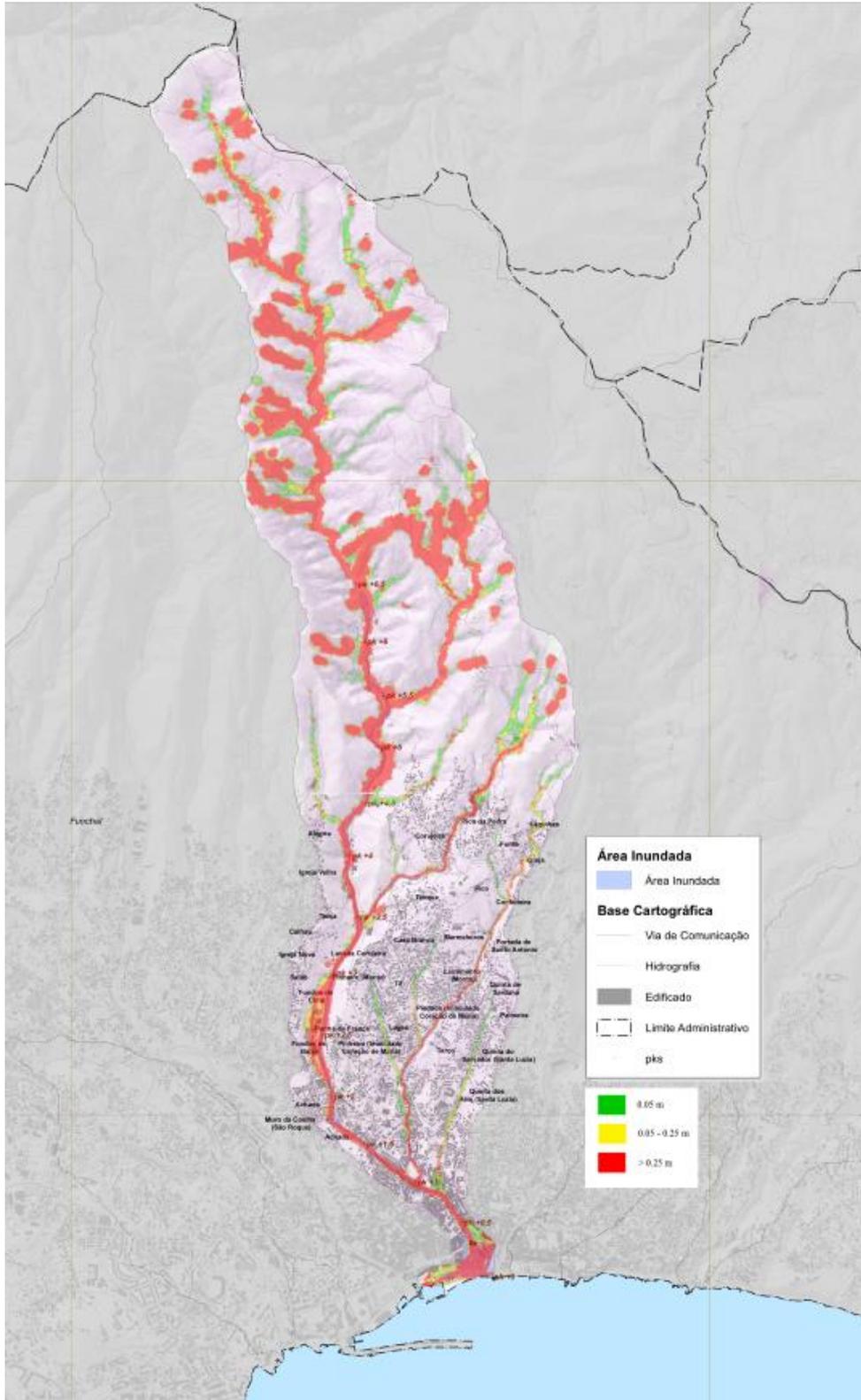


Figura 45 – Comparação da extensão máxima da inundação calculada neste estudo e a extensão da inundação correspondente ao estudo Municipia (2016). Bacia hidrográfica da Ribeira de Santa Luzia

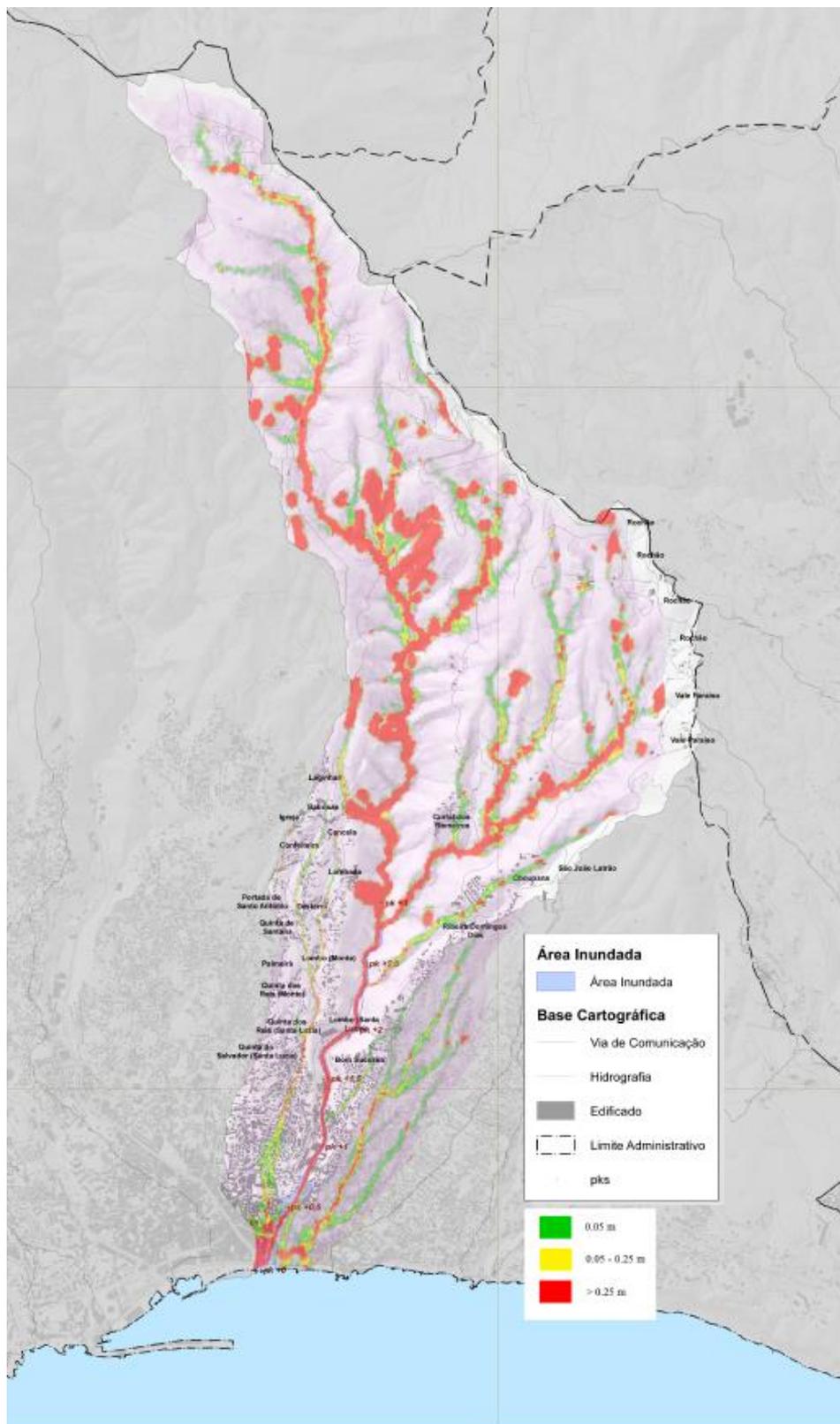


Figura 46 – Comparação da extensão máxima da inundação calculada neste estudo e a extensão da inundação correspondente ao estudo Municipia (2016). Bacia hidrográfica da Ribeira de João Gomes

5.3 Simulações na Ribeira do Machico

A bacia da Ribeira do Machico apresenta uma área de aproximadamente 25 km², com um declive médio de 50% e um tempo de concentração $t_c = 0.5$ h. A Figura 47 apresenta o domínio computacional, correspondente à bacia da ribeira do Machico.

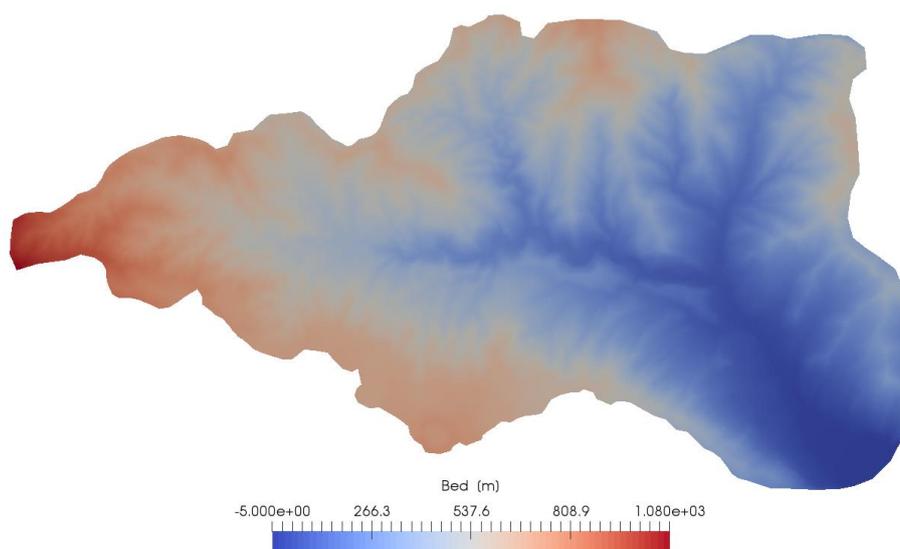


Figura 47 - Bacia da Ribeira do Machico.

Devido à presença de estruturas no MDT que serviu de elemento de base, o troço regularizado foi manualmente corrigido de modo a reproduzir as condições do terreno. O domínio foi discretizado com uma resolução de 1.5 m ao longo do troço regularizado e com uma resolução de até 20 m nas restantes zonas, resultando em aproximadamente 750000 células de cálculo.

As simulações realizadas para a marcação da área afetada por uma cheia centenária tiveram como parâmetro de entrada o hietograma, como definido na secção 5.1. Não existindo um modelo de evapotranspiração, foi assumido um valor de perdas de 20%, produzindo o hietograma eficaz da Figura 48.

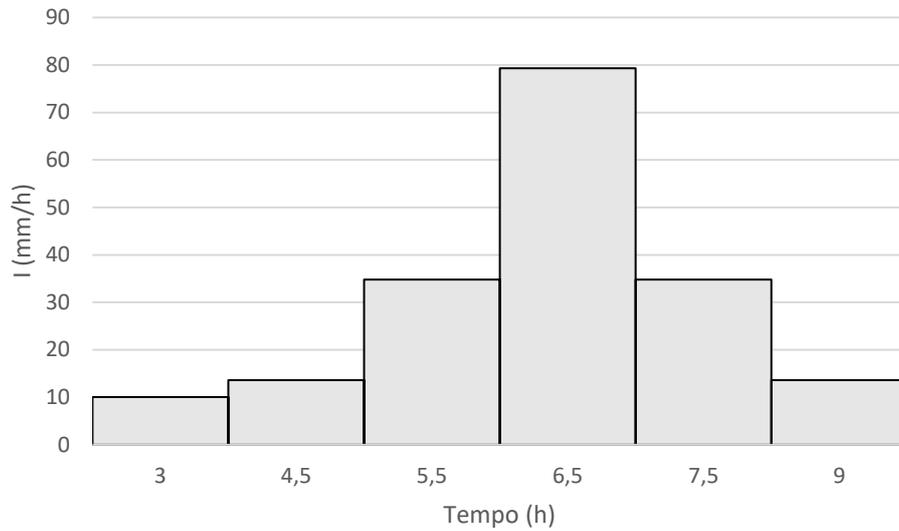


Figura 48 - Hietograma eficaz para a bacia do Machico

De modo a considerar a mobilização de material das encostas devido a instabilização geotécnica considerou-se a estimativa de volumes correspondentes descrito no relatório publicado pelo IST, UA e LREC (2010), referentes ao evento de 20 de fevereiro de 2010. A distribuição espacial das áreas sujeitas a instabilização apresenta-se na Figura 49. Admite-se que os escorregamentos ocorrem quando se regista o pico do hietograma. Pode ainda ocorrer erosão superficial nas encostas da bacia, por ação do escoamento superficial, bem como deposição de parte do material sólido que foi libertado nos deslizamentos de terra (especialmente em depressões do terreno). A distribuição temporal dos volumes de água e de material sólido configura os hidrogramas de caudais totais resultantes das simulações do comportamento hidráulico da Ribeira do Machico.

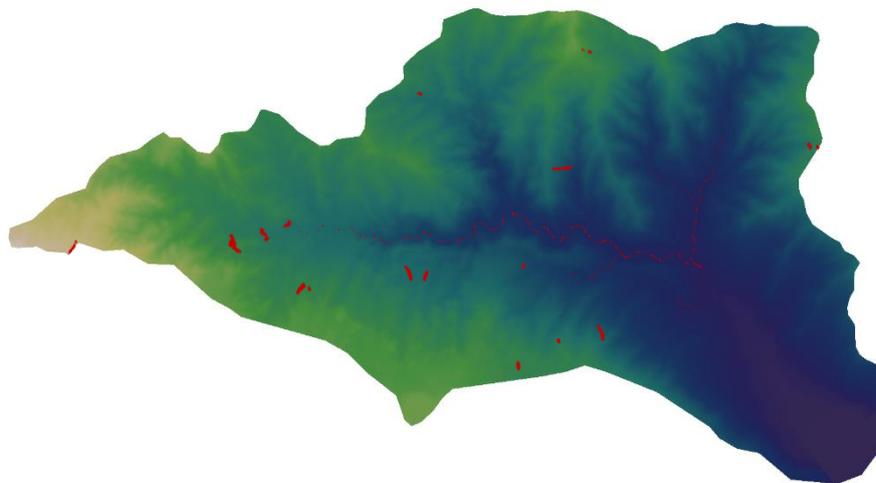


Figura 49 - Distribuição das áreas sujeitas a instabilização geotécnica na bacia hidrográfica da ribeira do Machico (regiões a vermelho).

Na secção da foz pode medir-se o hidrograma, resultando num caudal de ponta de cheia de

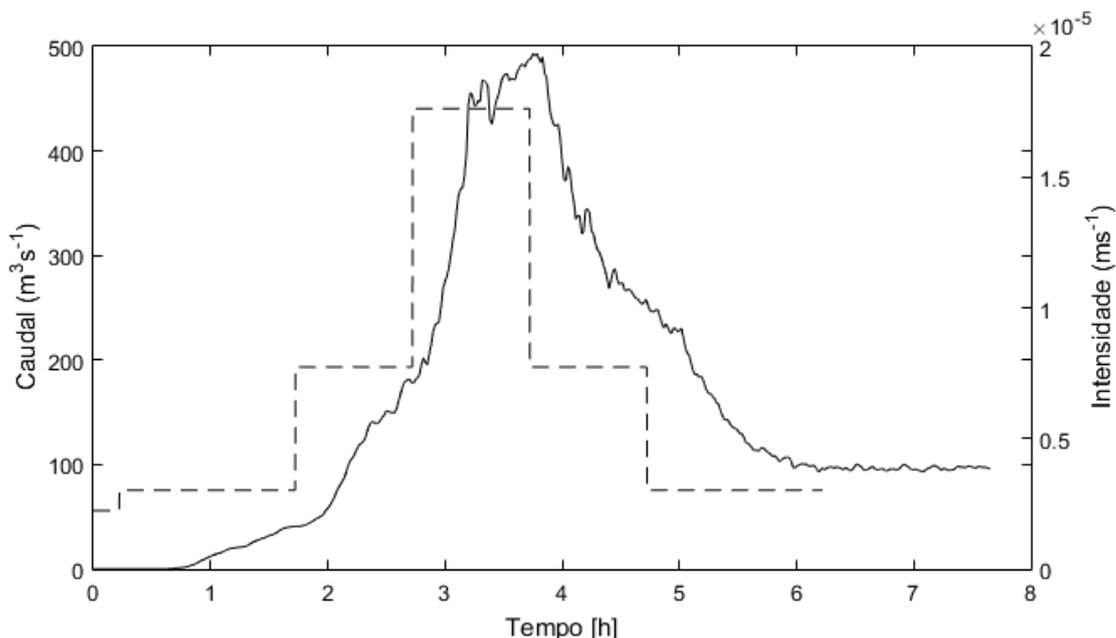


Figura 50 - Hietograma eficaz e hidrograma na secção da foz, Ribeira do Machico

O caudal de ponta de cheia de $493 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ difere do caudal de ponta de cheia estimado de $403 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, apresentado no *Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da Madeira - Fase 2*, (IST, ADIST, UM 2015). Todavia a diferença é relativamente pequena, compatível com o pouco caudal sólido gerado pelos relativamente poucos e pequenos deslizamentos no domínio. A quase ausência de deposição de material sólido foi, aliás, registada no evento de 20 de fevereiro de 2010, o que valida o resultado obtido de concentração reduzida de material sólido. Assim, não se justifica a elaboração de simulações apenas com água limpa para efeitos de comparação, ao contrário da metodologia aplicada às ribeiras do Funchal na secção 5.2.

A extensão da cheia pode ser avaliada nas Figura 51 e Figura 52, onde a profundidade máxima atingida pelo escoamento é saturada para $h=1.0 \text{ m}$.

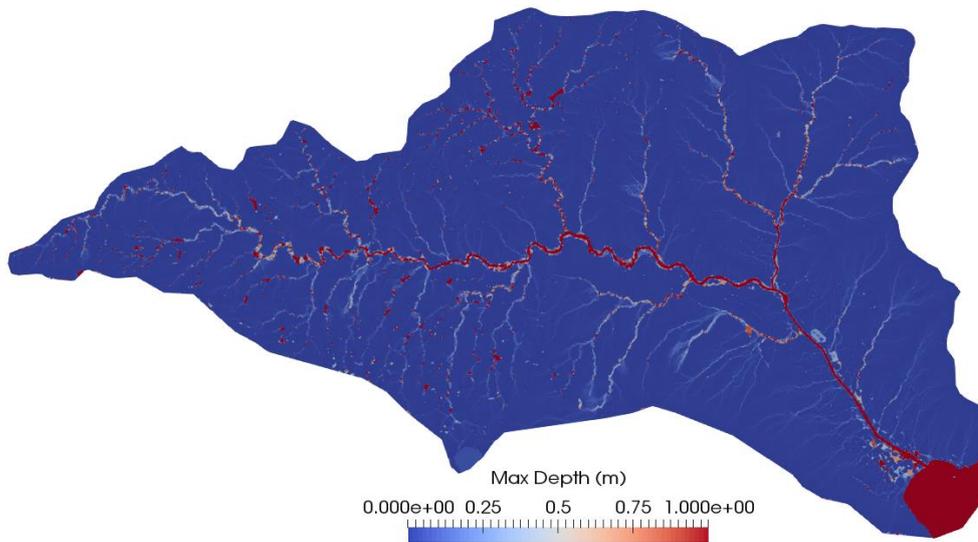


Figura 51 - Extensão da cheia na Ribeira do Machico. Alturas do escoamento identificadas a vermelho são superiores a 1.0 m.

Os deslizamentos são claramente observáveis no troço superior da bacia, não produzindo uma grande quantidade de aluvião pela sua baixa concentração. No troço superior, devido ao confinamento da ribeira pelo vale, não existem pontos de acumulação notáveis. Na Figura 52 verifica-se o galgamento do troço regularizado da ribeira, na zona do Machico e a alguns galgamentos menores a montante. A presença de irregularidades no MDT, com a inclusão dos elementos de superfície como edificado fortemente deformado, cria o padrão reticulado visível no troço final.

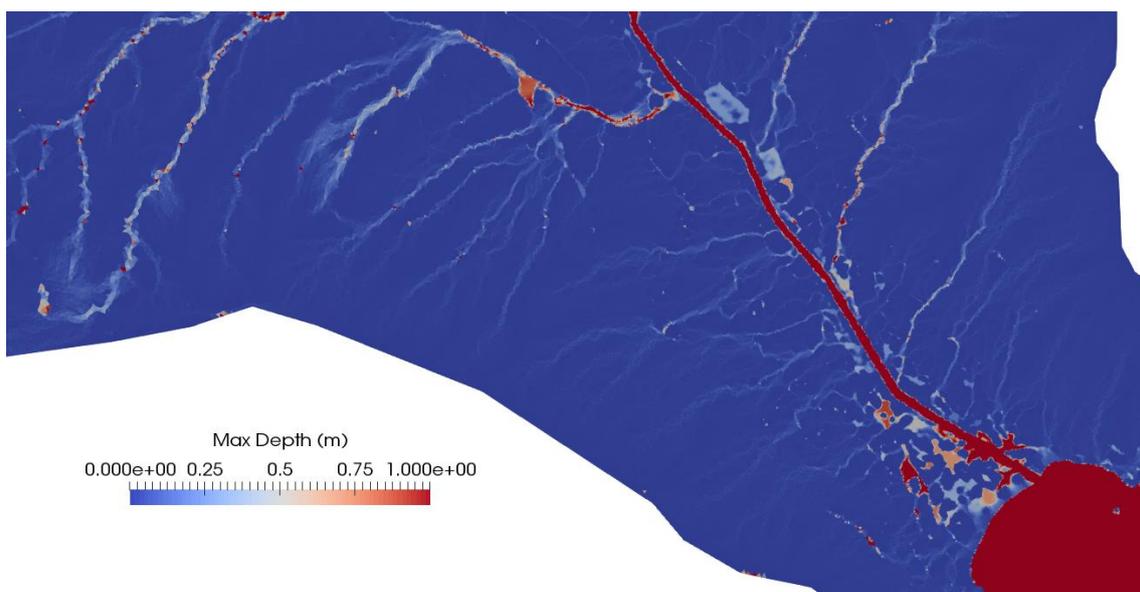


Figura 52 - Extensão da cheia na Ribeira do Machico, detalhe do troço regularizado e foz. Alturas do escoamento identificadas a vermelho são superiores a 1.0 m.

Aplicando o critério de severidade baseado no estudo de Karvonen et al. (2008) (Conde et al. 2015), a Figura 53 expõe a distribuição da probabilidade associada ao arrastamento de uma pessoa média pelo escoamento.

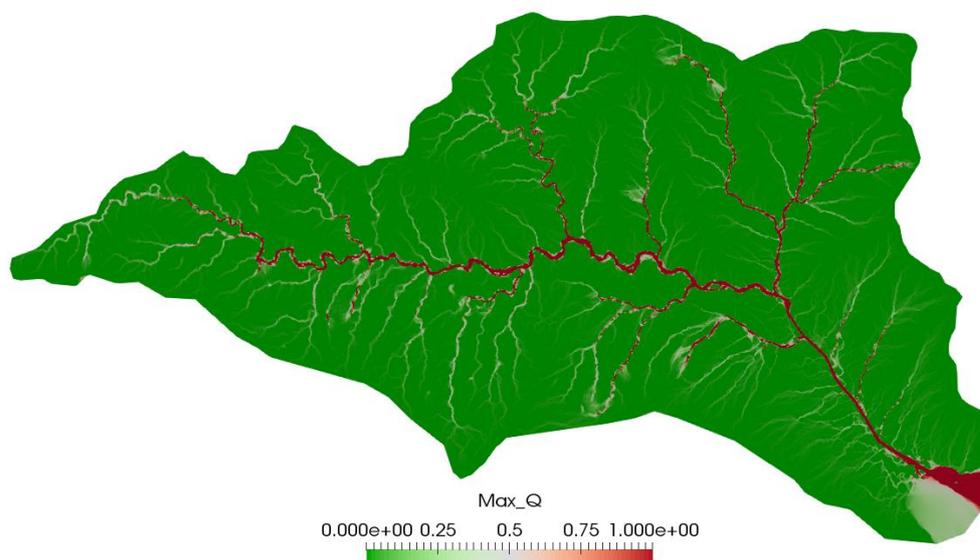


Figura 53 - Critério de arrastamento. Probabilidade de arrastamento de uma pessoa média.

Pela análise do mapa é visível que apenas no leito da ribeira e dos principais cursos se água se verifica risco de arrastamento, assim como na zona galgada do troço regularizado dentro da população do Machico.

A sobreposição da envolvente máxima da inundação calculada pelo modelo STAV2D e a inundação calculada em Municipia (2016) pode ser observada na Figura 54. O presente estudo preconiza uma menor inundação na zona urbana do Machico. Este facto deve-se a que o caudal de ponta de cheia é pouco superior ao caudal constante usado em Municipia (2016) e a metodologia de cálculo utilizada nesse estudo (ver Quadro 4), nomeadamente a simulação em regime permanente e o cálculo com modelo unidimensional, tende a sobrestimar as áreas inundadas. Note-se, todavia, que se registam inundações em linhas de água não estudadas por Municipia (2016).

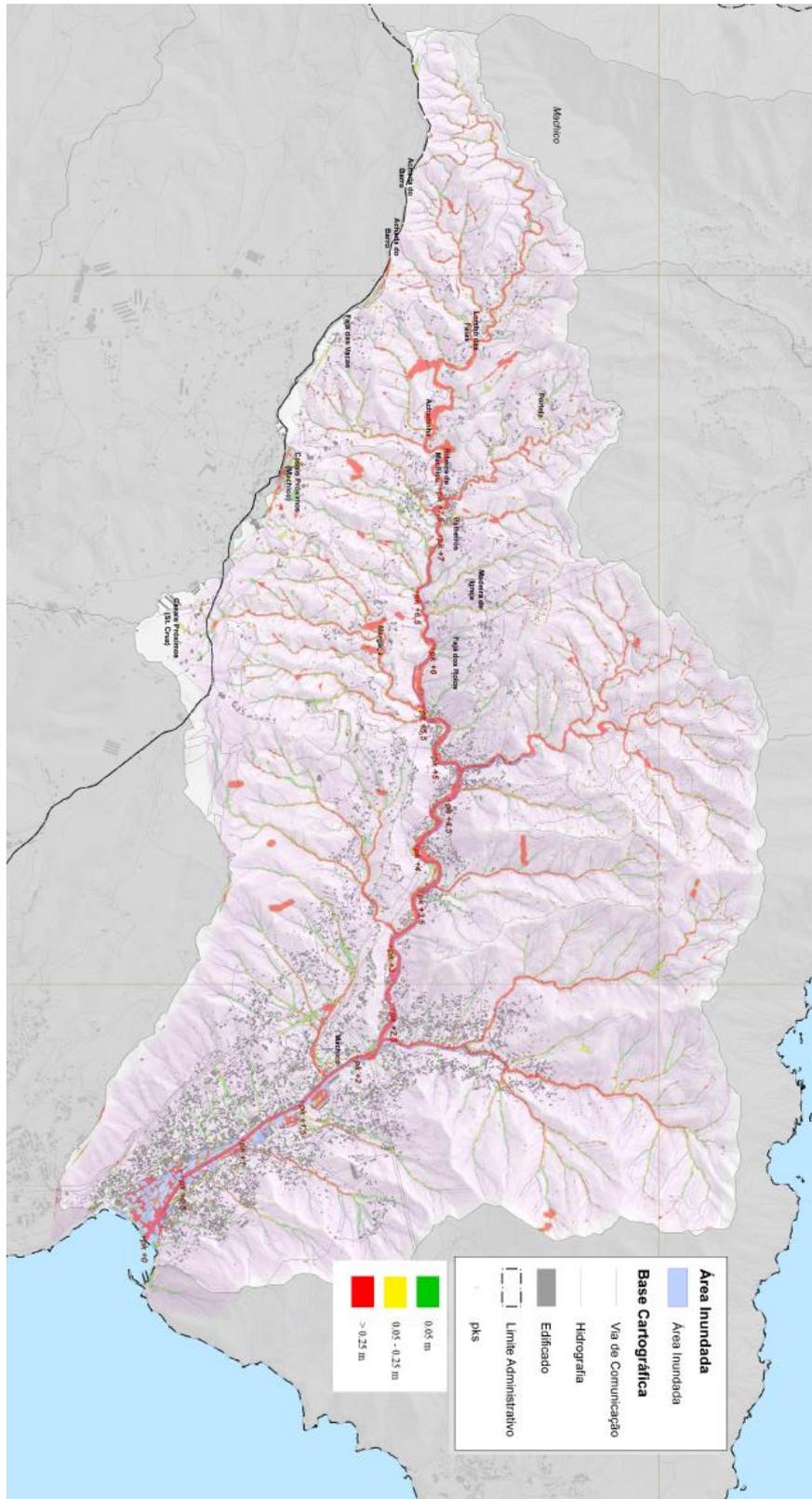


Figura 54 – Comparação da extensão máxima da inundação calculada neste estudo e a extensão da inundação correspondente ao estudo Município (2016). Bacia hidrográfica da ribeira do Machico

6 Síntese e conclusões

Neste estudo procurou-se descrever o uso de ferramentas de simulação matemática para apoio à definição de medidas de mitigação do risco de aluviões. Em particular utilizou-se um modelo hidrodinâmico e morfodinâmico para i) verificar o dimensionamento de obras de regularização fluvial e ii) servir de base a uma metodologia de quantificação da severidade da acção de aluviões.

Quanto ao item i), verificou-se o dimensionamento hidráulico das obras de regularização das ribeiras Brava e da Tabua. A metodologia de dimensionamento descrita em CENOR (2011) compreende a utilização de um modelo de simulação unidimensional, válido para água limpa e em regime permanente, a que se segue a aplicação de um coeficiente de majoração para determinar a altura dos muros. A metodologia de verificação compreende a utilização do modelo STAV2D, após calibração para as condições específicas das ribeiras do Funchal, em regime variável e com transporte sólido. Sintetizam-se as principais conclusões e recomendações:

- A altura dos muros de regularização é, em geral, suficiente para conter as aluviões simuladas. Na Ribeira da Tabua a folga é superior a 2 m.
- Na Ribeira Brava há trechos em que se podem registar galgamentos localizados.
- O galgamento resulta da acumulação de material sólido, fenómeno que se regista apenas para alguns dos cenários de simulação, nomeadamente em aqueles em que o transporte sólido mais se aproxima do transporte em equilíbrio.
- O processo de acumulação de material sólido no fundo é transitório e é desencadeado por variações locais da altura do escoamento associadas a ondas transversais oblíquas geradas a jusante de curvas, para números de Froude elevados.
- A acumulação de material sólido, sendo desencadeado por ondas transversais oblíquas e, consequentemente, o galgamento, são processos com elevada variabilidade espacial, inclusivamente em cada secção transversal.
- Um modelo unidimensional, não tendo a capacidade de simular ondas transversais, pode não ter a capacidade para prever a acumulação transitória de sedimentos pelo que não deve ser usado no dimensionamento deste tipo de obras.
- O volume de material sólido afluente às ribeiras não é desprezável face ao volume de líquido. Verifica-se ainda que o caudal de ponta de cheia da mistura pode ser consideravelmente superior ao calculado para água limpa (equação (1.55)). Recomenda-se que o dimensionamento de obras de regularização inclua hidrogramas de caudais sólidos determinados com base na estimativa do volume de movimentos de terra associados a um dado evento padrão de precipitação extrema e um fator de majoração não inferior a 3.
- A metodologia empregue por CENOR (2011) deve ser substituída pelo emprego de um modelo, bidimensional em planta, que inclua os fenómenos de transporte sólido característicos de aluviões. A majoração das alturas do escoamento de água limpa com a espessura da camada de transporte conduziu, neste caso particular, a resultados aceitáveis.

No entanto, não tendo sustentação física pode, em outras condições, conduzir a muros de regularização com altura insuficiente.

A metodologia de quantificação da severidade das aluviões (item ii) foi testada nas bacias hidrográficas do Funchal (São João, Santa Luzia e João Gomes) e do Machico. Compreende a utilização de uma ferramenta de simulação matemática (neste caso o modelo STAV2D) susceptível de descrever, à escala da bacia hidrográfica, o movimento de misturas de água e material sólido gerado nas encostas e trocado nos trechos móveis das ribeiras. No contexto da preparação dos mapas de risco de inundação é especialmente pertinente discutir as diferenças entre esta metodologia e a proposta em Municipia (2016), que compreende essencialmente modelação com base em modelos unidimensionais válidos para a propagação de cheias de água limpa.

Apresentam-se de seguida as principais conclusões e recomendações.

- As aluviões são movimentos de água e material sólido cuja simulação requer modelos conceptuais que incorporem os aspetos específicos desta propagação, nomeadamente a reologia da mistura e os efeitos inerciais. A consequência porventura mais gravosa de se ignorar a componente sólida é a subestimação do caudal de ponta da aluvião. No Quadro 5 resumem-se nas 3 primeiras colunas as estimativas do caudal de ponta de cheia, considerando apenas o escoamento de água, obtidos em IST, ADIST, UM (2015), Municipia (2016) e no presente estudo (cenário 1) para as ribeiras do Funchal. Os valores são consistentes e indicam que, para a mesma precipitação, a estimativa para o caudal de ponta de cheia é robusta. Todavia, a simulação conduzida nas condições do Cenário 2 (propagação de água e de sedimentos) apresenta caudais de ponta entre 1,3 e 3,7 vezes superiores aos obtidos com água limpa para as ribeiras do Funchal.

Quadro 5 – Comparação de caudais de ponta de cheia, ribeiras do Funchal

Ribeira	Caudal (m^3s^{-1})			
	EARAM 2015 (Caetano, et al. 2016) – água limpa	Municipia (2016) – água limpa	Cenário 1 – água limpa	Cenário 2 - aluvião (água e sedimentos)
João Gomes	280	320	300	1100
Sta. Luzia	264	327	260	630
S. João	172	226	160	250

Este aumento do caudal de ponta é uma consequência de efeitos inerciais associados às elevadas concentrações de sedimentos transportados (discutida na secção 5.2). O efeito é

conhecido e descrito na bibliografia de “*debris flows*”, sendo o aumento do caudal de ponta geralmente descrito pela fórmula (1.55). Conclui-se, assim, que se forem expectáveis movimentos de massa nas encostas o caudal de ponta de cheia não deverá ser calculado pelos métodos tradicionais mas sim determinado pela aplicação de um modelo hidrodinâmico e morfológico aplicado às sub-bacias onde se regista a produção de sedimentos. A metodologia empregue em Município (2016) pode conduzir a consideráveis subestimações do caudal de ponta de cheia e, conseqüentemente, à subestimação da exposição à aluvião.

- No caso de a produção de sedimentos nas encostas ser reduzido, é expectável que o caudal de ponta da aluvião seja aproximadamente igual ao obtido para água limpa. É este o caso da bacia hidrográfica do Machico, como se pode observar no Quadro 5.
- Dada a incerteza na determinação dos volumes de material sólido decorrentes da instabilização das encostas, recomenda-se que o caudal de ponta de cheia seja majorado por um fator não inferior a 3 nas ribeiras da vertente sul da Madeira, no caso de se pretender dimensionar obras de regularização recorrendo a simulações aplicáveis para água limpa.
- As simulações realizadas em regime variável por um modelo bi-dimensional, com leito móvel e transporte sólido, conduzem a áreas de inundação substancialmente superiores às obtidas por simulações produzidas com um modelo unidimensional, em regime permanente e leito fixo, sempre que a quantidade de material sólido mobilizada nas encostas é significativa. Este é o caso das Ribeiras de São João e Santa Luzia. Na Ribeira de João Gomes as diferenças são menos significativas e na ribeira que atravessa o Machico, não havendo produção significativa de sedimentos, o modelo unidimensional conduz, em algumas zonas, a maiores áreas inundadas. Recomenda-se, sendo expectáveis elevados volumes de material sólido, a simulação dos impactes da aluvião seja feita de acordo com a metodologia preconizada neste estudo, nomeadamente geração conjunta de escoamento de água e material sólido e propagação em regime variável por um modelo bidimensional e planta.
- Recomenda-se que os impactes da aluvião sejam categorizados segundo critérios testados em situações realistas, fisicamente e fisiologicamente, como o que decorre do estudo de Karvonen et al. (2008), aplicado por Conde et al. (2015) no contexto de inundações em Lisboa.
- Recomenda-se ainda que se procure utilizar critérios de mobilização de material sólido nas encostas como parte integrante de estudos que visem quantificar o risco associado a aluviões na Madeira.

7 Referências

Armanini, A.; Capart, H.; Fraccarollo, L.; Larcher, M., "Rheological stratification in experimental free-surface flows of granular-liquid mixtures". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 532, (2005), p. 269-319

Castro, J. - Caracterização Hidráulica, Hidrológica e de Transporte Sólido do Evento de 20 de Fevereiro de 2010 na Ribeira de João Gomes – Ilha da Madeira, Dissertação de Mestrado, Universidade da Madeira, 2011.

CENOR, 2011. Projeto de intervenção para obras de regularização da Ribeira Brava. Memória Descritiva.

CENOR, Norvia (2015) Estabelecimento de Metodologias, de Parâmetros de Base e de Ferramentas Informáticas para a Realização de Estudos de Cheias na Ilha da Madeira. Relatório Final do Projecto de Investigação.

Chapman, S. & Cowling, T. G. (1970). *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*, 3rd Edn. Cambridge University Press.

Chen, J.-C. and Chuang, M.-R. (2014) Discharge of landslide-induced debris flows: case studies of Typhoon Morakot in southern Taiwan. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 14, 1719–1730.

Chyan-Deng, J., Feng-Hao, K. e Ji-Shang, W., 2013. Early warning criteria for debris flows and their application in Taiwan (TXT-tool 2.886-1.3). In Sassa, K. et al (eds). *ICL Landslide Teaching Tool*. Japan: ICL/IPL/UNESCO.

Conde, D., Baptista, M. A., Telhado, M.J. & Ferreira, R.M.L. (2015) Severity and exposure associated to tsunami actions in urban waterfronts. The case of Lisbon, Portugal. *Natural Hazards*, 79(3): 2125-2144. Doi: 10.1007/s11069-015-1951-z.

Instituto Superior Técnico (IST, ADIST) e Universidade da Madeira (UM) - Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da Madeira - Fase 2, (2015)

Ferreira, R. M., Franca, M. J., Leal, J. G. & Cardoso, A. H., - Mathematical modelling of shallow flows: Closure models drawn from grain-scale mechanics of sediment transport and flow hydrodynamics, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 36, 1604–1621, 2009.

Ferreira, R.M.L. 2005. *River Morphodynamics and sediment transport: Conceptual model and solutions*. Ph.D. thesis, Instituto Superior Técnico, T.U., Lisbon.

Giannecchini, R. et al, 2012. Critical rainfall thresholds for triggering shallow landslides in the Serchio River Valley (Tuscany, Italy). *Natural Hazards Earth Systems*. Vol 12, pp. 829-842.

Gregoretti, C., 2000, The initiation of debris flow at high slopes: experimental results. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 38, No. 2, pp. 83-88.

Guzzetti, F. et al, 2007. Rainfall thresholds for the initiation of landslides in central and Southern Europe. *Meteorol. Atmos Phys*. Vol 98, pp. 239-267.

Guzzetti, F. et al, 2008. The rainfall intensity-duration control of shallow landslides and debris flows: an update. *Landslides* Vol 5, pp. 3-17.

Instituto Superior Técnico (IST), Universidade da Madeira (UM) & Laboratório Regional de Engenharia Civil (LREC) - Estudo de Avaliação do Risco de Aluviões na Ilha da Madeira - Relatório Síntese, 2010.

Iverson, R.M.; Reid, M.E.; Logan, M.; LaHusen, R.G.; Godt, J.W. and Griswold, J.P. (2011) Positive feedback and momentum growth during debris-flow entrainment of wet bed. *Nature Geoscience*. Vol. 4. DOI: 10.1038/NGEO1040

Jenkins, J. T. & Richman, M. W. (1988) Plane simple shear of smooth inelastic circular disks: the anisotropy of the second moment in the dilute and dense limits. *J. Fluid Mech.* 192, 313-328.

Karvonen, R.; Hepojoki, H.; Huhta, H. and Louhio, A. (2000) The use of physical models in dam-break flood analysis: development of rescue actions based on dam-break flood analysis (RESCDAM) (final report). Helsinki University of Technology and Finnish Environment Institute

Kuriakose, S.L., van Westen, C., Lakhera, R.C., van Beek, L.P.H., Sankar, G., Alkema, D. & van Asch, T.W.J., 2006. Effect of vegetation on Debris flow initiation: Conceptualization and parameterization of a dynamic model for Debris Flow initiation in Tikovil river basin, Kerala, India, using PCRASTER®. 2nd Int. Symp. on Geo-information for Disaster Management (Gi4DM) - Remote Sensing and GIS Techniques for Monitoring and Prediction of Disasters; September 25-26, 2006, Goa, India.

Lien, H., 2003. Design of Slit Dams for controlling stony Debris Flows, *Int. Journal of Sediment Research*, Vol. 18, No. 1, pp. 74-87.

Municipia, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2016. Plano de Gestão de Riscos de Inundação da Região Autónoma da Madeira.

NASA Land Processes Distributed Active Archive Center - ASTER Global DEM Version 2, USGS/Earth Resources Observation and Science Center, Sioux Falls, South Dakota, 2007.

Rickenmann D., 1999. Empirical relationships for debris flows, *Natural Hazards*, 19(1), 47-77.

Rickenmann, D. (2016) *Methods for the Quantitative Assessment of Channel Processes in Torrents (Steep Streams)* Balkema/Taylor & Francis Group, London, UK.

Savage, S. B. & Hutter, K. (1989) The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.* 199, 177-215.

Silva, A.T., Portela, M.M, e Naghettini, M, – Aplicação da técnica de séries de duração parcial à análise de frequências de variáveis hidrológicas aleatórias, Associação Portuguesa de Recursos Hídricos (APRH), Porto, 2012.

Sumer, B. M.; Kozakiewicz, A.; Fredsøe, J. & Deigard, R. (1996) Velocity and Concentration Profiles in Sheet-Flow Layer of Movable Bed. *J. Hydraul. Eng.* 122, 549-558.

Takahashi, T. 2007. *Debris Flow: Mechanics, Prediction and Countermeasures*, Taylor and Francis Group, London, UK. ISBN-10: 0415435528.

Teixeira, H., - Caracterização Hidráulica, Hidrológica e de Transporte Sólido do Evento de 20 de Fevereiro de 2010 na Ribeira de São João – Ilha da Madeira, Dissertação de Mestrado, Universidade da Madeira, 2010.

Vallance, J.W. & Scott, K.M., 1997. The Osceola mudflow from Mount Rainier: Sedimentology and hazard implications of a huge clay rich debris flow. Geological Society of America Bulletin, 109: 143-163.